RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 21 gennaio 1917.

F. D' Ovidio Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Chimica. — *Sopra gli acidi azocarbonici* (1). Nota del Socio A. Angeli.

Allo scopo di completare le mie ricerche e di porre maggiormente in rilievo le analogie di comportamente che si riscontrano fra i derivati dell'azoto e quelli dell'ossigeno, ho giudicato opportuno di iniziare una serie di esperienze anche sopra i derivati degli acidi azocarbonici:

$$R.N=N.COOH,$$

dove R indica un residuo aromatico, e la conoscenza dei quali è dovuta ai bei studi di Oscar Widman (2).

Come è noto, Widman ha ottenute queste sostanze per ossidazione dei corrispondenti derivati idrazinici, e così ha potuto preparare gli eteri:

$$R.N=N.COOR$$

le ammidi:

$$R.N=N.CO.NH_2$$

nonchè i sali:

$$R.N=N.COOMe.$$

(1) Lavoro eseguito nel R. Laboratorio per le sostanze esplosive in Roma, dove mi trovo per compiere studî ed esperienze in seguito ad incarico avuto dal Ministero della Marina.

(2) Berliner Berichte, *28* (1895), 1927.

Gli acidi invece sono oltremodo instabili ed appena si pongono in libertà perdono una molecola di anidride carbonica, mentre la fenildiimmide che dovrebbe formarsi:

$$R . N : N . COOH = R . N : NH + CO_2$$

si decompone a sua volta per dare benzolo ed azoto:

$$C_6H_5 . N : NH = C_6H_6 + N_2$$

assieme ad altri prodotti più o meno complicati.

Le ricerche di Widman hanno altresì posto in rilievo l'influenza che esercitano i sostituenti negativi sopra la stabilità di questi sali; ne risulta così, che il sale potassico del tribromoderivato:

$$C_6H_2 Br_3 . N = N . COOK$$

è molto più stabile del sale non bromurato, ciò che è in pieno accordo col fatto della maggiore stabilità che, in generale, tali sostituenti imprimono ai composti diazoici.

Rammentando le analogie fra i composti dell'azoto e quelli dell'ossigeno e sulle quali io ho avuto più volte occasione di riferire (1) apparisce subito che alla fenilildiimmide corrisponde quell'acido del pari instabilissimo dell'azoto e che io ho chiamato nitrossile:

$$O = NH$$
$$C_6H_5 . N = NH$$

la loro instabilità è dovuta alla enorme facoltà di reagire: se non vi sono presenti altre sostanze, reagiscono sopra se stessi e perciò quando si cerca di averli allo stato libero, si perviene solamente ai loro prodotti di decomposizione.

Però, l'analogia della loro forma, lascia subito prevedere che anche la fenildiimmide, sebbene instabilissima (2) dovrà presentare una serie di reazioni perfettamente analoghe a quelle che io ho potuto riscontrare per il nitrossile. Per quest'ultimo, una delle più caratteristiche, è la facilità con cui reagisce sopra le aldeidi per dare acidi idrossammici:

$$R . COH + NOH = R . C(OH) : NOH$$

(1) Questi Rendiconti (1910), 2° sem., pag. 99.

(2) Molto probabilmente saranno stabili i sali della fenildiimmide $C_6H_5 . N = NH$, che corrisponde al fenilacetilene $C_6H_5 . C \equiv CH$; per analogia sono da aspettarsi sali della diimmide, come fanno l'acqua ossigenata e l'acetilene:

$$\begin{matrix} OH \\ | \\ OH \end{matrix} \qquad \begin{matrix} NH \\ \| \\ NH \end{matrix} \qquad \begin{matrix} CH \\ \| \\ CH \end{matrix} .$$

ovvero anche sopra i nitrosoderivati, che nel loro comportamento molto rassomigliano alle aldeidi, e perciò era da aspettarsi che anche la fenildiimmide dovesse fare altrettanto per dare fenilidrazidi:

$$R.COH + C_6H_5.N:NH = R.C(OH):N.NH.C_6H_5 = R.CO.NH.NH.C_6H_5.$$

L'esperienza ha subito confermato anche questa previsione.

Finora io ho esperimentato solamente con le aldeidi aromatiche, la benzaldeide ed il piperonalio, ed ho trovato che in questi casi non è nemmeno necessario partire dal sale puro:

$$C_6H_5.N = N.COOK;$$

si può impiegare il liquido che si ottiene saponificando l'ammide:

$$C_6H_5.N = N.CO.NH_2$$

con poca potassa diluita, riscaldando lievemente in modo da avere soluzione limpida; la saponificazione dell'ammide si compie con grande rapidità e l'ammoniaca che si libera ed il lieve eccesso di potassa non ostacolano la reazione, almeno quando si impieghino aldeidi non facilmente alterabili dagli alcali, quali sono quelle aromatiche. Alla soluzione del sale così ottenuta si aggiunge la benzaldeide, in quantità un poco superiore alla calcolata e la quantità necessaria di alcool in modo da avere un liquido limpido ed omogeneo. Se per aggiunta di alcool si formassero due strati, allora bisogna aggiungere anche altra acqua. La soluzione, fortemente colorata in giallo aranciato, viene allora bollita a ricadere; si nota un lieve sviluppo gassoso e nello stesso tempo il liquido va scolorandosi; dopo qualche tempo si separano goccie giallognole che stanno a galla ed in una mezz'ora la reazione si può considerare finita.

Si evapora allora in capsula a b. m. per scacciare la maggior parte dell'alcool e per raffreddamento rimane una massa cristallina che viene raccolta su filtro alla pompa e lavata prima con acqua e poi con ligroina allo scopo di eliminare la benzaldeide che non ha reagito. Partendo da un grammo di ammide si ottiene così circa un grammo di sostanza greggia ma quasi pura; un rendimento, come si vede, soddisfacente. Ricristallizzata una volta dall'alcool si ha in cristalli bianchissimi che fondono nettamente a 168° e con tutti gli altri caratteri della benzoilfenilidrazina:

$$C_6H_5.NH.NH.CO.C_6H_5.$$

Con l'acetone invece non si ottengono prodotti caratteristici: sembrano quelli che fornisce lo stesso acido fenilazocarbonico, assieme a quelli che eventualmente può dare l'acetone con i derivati di scissione della fenildiimmide: probabilmente piccole quantità di acetonfenilidrazone.

Questa reazione presenta una certa analogia con altre che io ho descritte in questi ultimi anni e che riguardano le scissioni dei derivati benzolsolfonici della fenilidrazina e dell'idrazina stessa (1); queste sostanze cedono, per azione degli alcali, con grande facilità acido benzosolfinico per dare residui che reagiscono immediatamente sulle aldeidi, ovvero sui nitrosoderivati; ma in questi ultimi casi è difficile poter decidere se si tratti di una scissione dovuta ad eliminazione diretta di acido benzolsolfinico, ovvero ad un processo di idrolisi, con formazione intermedia di un derivato ossidrilato dell'idrazina, come ammette anche F. Raschig.

Quest'ultimo modo di concepire la reazione presenterebbe d'altra parte una perfetta analogia con la scissione studiata da R. Otto e J. Tröger nel caso dell'etildifenilsulfone (2):

$$\begin{matrix} CH_2 . SO_2 . C_6H_5 \\ | \\ CH_2 . SO_2 . C_6H_5 \end{matrix} + KOH = \begin{matrix} CH_2 . OH \\ | \\ CH_2 . SO_2 . C_6H_5 \end{matrix} + C_6H_5 . SO_2 . K ,$$

con l'altra alla quale io ho accennato due anni or sono:

$$\begin{matrix} NH . SO_2 . C_6H_5 \\ | \\ NH . SO_2 . C_6H_5 \end{matrix} + KOH = \begin{matrix} NH . OH \\ | \\ NH . SO_2 . C_6H_5 \end{matrix} + C_6H_5 . SO_2 . K$$

nella quale il termine instabile:

$$C_6H_5 . SO_2 . NH . NH . OH$$

ovvero quello contenente una molecola di acqua in meno:

$$C_6H_5 . SO_2 . N = NH$$

può addizionarsi nettamente p. es. al nitrosobenzolo per dare il prodotto:

$$C_6H_5 . SO_2 . NH . N = \begin{matrix} N . C_6H_5 \\ \| \\ O \end{matrix} .$$

I sali di Widman reagiscono anche con i nitrosoderivati; con i composti che cedono nitrossile dànno fenilazide, e questo fatto porta una nuova conferma alla formola di costituzione che io ho attribuito a quest'ultima sostanza (3):

$$C_6H_5 . N : NH + O : NH = C_6H_5 . N : N . NH(OH) = C_6H_5 . N : N \vdots N + H_2O$$

(1) Questi Rendiconti (1915), 1° sem., pag. 1093.
(2) Berliner Berichte, *26* (1893), pag. 944.
(3) Cfr. J. Thiele, Berliner Berichte, *44* (1911), pag. 3336.

Le reazioni descritte permettono di porre in rilievo le analogie di comportamento che presentano i composti dell'ossigeno e dell'azoto e soprattutto i derivati della fenilidrazina (e dell'idrazina stessa) e quelli dell'idrossilammina e dei loro successivi prodotti di ossidazione: tutti differiscono gli uni dagli altri per il fatto che nei derivati della fenilidrazina il residuo:

$$C_6H_5 . N =$$

sostituisce l'atomo di ossigeno nei derivati dell'idrossilammina:

$HO . NH_2$ idrossilammina	$C_6H_5 . NH . NH_2$ fenildrazina
$O = NH$ nitrossile	$C_6H_5 . N = NH$ fenildiimmide
$O = N(OH)$ acido nitroso	$C_6H_5 . N = N(OH)$ idrato di diazobenzolo
$O = N(OH)$ $\parallel$ O acido nitrico	$C_6H_5 . N = N(OH)$ $\parallel$ O nitrosofenilidrossilammina $C_6H_5 . N = N(OH)$ $\parallel$ O acido diazobenzolico

Queste analogie di struttura sono in perfetta armonia con la rassomiglianza del loro comportamento, come meglio risulta dai seguenti schemi, nei quali sono accennate solamente le reazioni principali e tipiche:

$HO . NH_2$
$C_6H_5 . NH . NH_2$ — *reagiscono con i chetoni e con le aldeidi* per dare ossime e fenilidrazoni

$O = NH$
$C_6H_5 . N = NH$ — *reagiscono con le aldeidi* per dare acidi idrossammici e fenilidrazidi.

Inoltre il nitrossile, come hanno trovato O. Baudisch ed Ervin Meyer [1], può scindersi nel seguente modo:

$$O:NH = NO + H$$

e l'idrogeno che si libera riduce in una seconda fase una parte del biossido di azoto ad ammoniaca, dimodochè la reazione finale si potrà anche scrivere:

$$5NOH = 4NO + NH_3 + H_2O .$$

[1] Berliner Berichte, *46* (1913), pp. 117 e 120.

Come si vede si tratta di un processo correlativo di ossidazione e riduzione analogo p. es. alla trasformazione degli ipocloriti in clorati e cloruri:

$$3ClOH = HClO_3 + 2HCl\,.$$

Anche la fenildiimmide, come ha trovato Widman, può subire la scissione molto semplice:

$$C_6H_5\,.\,N{:}NH = C_6H_6 + N_2\,.$$

Inoltre il nitrossile può polimerizzarsi per dare acido iponitroso e successivamente protossido di azoto:

$$\begin{matrix} HN = O \\ \\ HN = O \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} N\,.\,OH \\ \| \\ N\,.\,OH \end{matrix} \quad = \quad N_2O + H_2O$$

ed a suo tempo io ho dimostrato che anche il termine N_2H_2 può subire una decomposizione che si spiega nell'identico modo:

$$\begin{matrix} HN = NH \\ \\ HN = NH \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} N\,.\,NH_2 \\ | \\ N\,.\,NH_2 \end{matrix} \quad = \quad N_3H + NH_3\,.$$

Della mia ipotesi si sono in seguito giovati anche O. Diels e M. Paquin [1] per spiegare nel miglior modo altre scissioni analoghe che essi hanno osservato nel caso di alcuni derivati dell'acido azodicarbonico. Che anche la fenildiimmide possa in parte comportarsi in modo analogo, lo si desume dal fatto che oltre benzolo ed azoto essa può fornire azobenzolo, fenilidrazina ecc. Senza dubbio fra i prodotti di scissione si riscontreranno anche anilina e fenilazide.

$\begin{matrix} O = N(OH) \\ C_6H_5\,.\,N = N(OH) \end{matrix}$ *reagiscono con i fenoli* per dare nitrosofenoli e benzolazofenoli.

Tutte queste reazioni procedono generalmente rapide e si compiono anche in soluzioni acquose molto diluite; le cose invece mutano profondamente quando si passa agli ultimi prodotti di ossidazione, l'acido nitrico ed i due termini isomeri, la nitrosofenilidrossilammina e l'acido diazobenzolico:

$$\begin{matrix} O_2N\,.\,OH \\ C_6H_5(NO)\,N\,.\,OH\,. \end{matrix}$$

Essi sono quelli che reagiscono con maggiore difficoltà; le nitrazioni per mezzo dell'acido nitrico libero, a temperatura ordinaria, si compiono come

[1] Berlin Berichte, *46* (1913), 2002.

è noto solamente quando il reattivo ha una certa concentrazione ed anche in questi casi non è escluso, come suppone Nathan, che si formino dapprima nitrosoderivati i quali successivamente verrebbero ossidati a nitrocomposti. Infatti è noto da lungo tempo che l'orto ed il paranitrofenolo si possono preparare anche facendo reagire acido nitroso in eccesso sopra la soluzione eterea di fenolo.

Del pari la nitrosofenilidrossilammina e l'acido diazobenzolico, in soluzione acetica ed a temperatura ordinaria, non sono in grado di trasformare il fenolo nei due azossifenoli:

$$C_6H_5 . N_2O_2H + C_6H_5 . OH = C_6H_5(N_2O) . C_6H_4 . OH + H_2O .$$

A temperatura elevata non si può operare perchè entrambi, come è noto, si decompongono in modo complicato per conto loro.

Accennerò infine che ossidando la fenilazocarbonammide, in soluzione acetica con acqua ossigenata (peridrol Merck), si ottiene con tutta facilità un prodotto che cristallizza in bei aghi d'un giallo chiaro e che a 151° si decompongono con sviluppo gassoso; dopo trattamento con potassa fornisce in modo intensissimo le reazioni dei diazocomposti; molto probabilmente si tratta di uno dei due azossiderivati (1):

$$C_6H_5 . N = N . CO . NH_2 \qquad C_6H_5 . N = N . CO . NH_2$$
$$\| \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \|$$
$$O \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad O$$

che da lungo tempo si è cercato invano di preparare e che corrispondono all'azocomposto di partenza:

$$C_6H_5 . N = N . CO . NH_2$$

vale a dire all'ammide di O. Widman, ovvero di qualche derivato semplice degli stessi.

(1) Isomeri con la nitrosammina:

$$C_6H_5 . N . NO$$
$$|$$
$$CO \cdot NH_2 .$$

Matematica. — *Sulla varietà cubica con dieci punti doppî dello spazio a quattro dimensioni, e sulla configurazione di quindici cerchi dello spazio ordinario studiata dallo Stephanos.* Nota II di Luigi Berzolari, presentata dal Socio E. Bertini.

3. Tornando alla varietà cubica del n. 1, i suoi 10 punti doppî e i suoi 15 piani sono tali che nè tre dei primi, nè tre degli altri appartengono ad una retta; inoltre, in ognuno dei piani giacciono quattro dei punti, e per ognuno dei punti passano sei dei piani. Ora si può dimostrare che queste proprietà sono *caratteristiche* per la configurazione formata dai 10 punti e 15 piani. In altri termini:

Se in uno spazio di più che tre dimensioni (1) *si hanno 10 punti e 15 piani, tali che nè tre dei punti siano in linea retta, nè tre dei piani passino per due dei punti, e se in ognuno dei piani giacciono quattro dei punti e per ognuno dei punti passano sei dei piani, quei punti e quei piani sono necessariamente i punti doppî e i piani di una varietà cubica dello spazio a quattro dimensioni.*

Chiamando $0, 1, \ldots, 9$ i dieci punti, siano $0, 1, 2, 3$ quattro di essi situati in un piano. Per ognuna delle rette 01, 02, 03 passa al più un altro dei 15 piani, perciò dei cinque piani ancora uscenti da 0, almeno due non passano per nessuno dei punti $1, 2, 3$. Dico che due tali piani non hanno, fuori di 0, punti comuni. Se è possibile, abbiano invece in comune un punto, che supporremo dapprima appartenente alla configurazione, per esempio il punto 4, e contengano ulteriormente i punti $5, 6$ e i punti $7, 8$; esistano cioè i due piani 0456 e 0478. Degli altri tre piani per 0, qualcuno passerà per il residuo punto 9: altrimenti ciascuno di essi conterrebbe uno e uno solo così dei punti $1, 2, 3$, come dei punti $5, 6$, e come dei punti $7, 8$, il che è impossibile.

Ora può darsi che un piano per 0, contenente 9, passi ulteriormente ad esempio per 5 e 7, oppure per 1 ed 8. Ma, nel primo caso, sugli altri due piani per 0 non potrebbero giacere che i punti $1, 2, 3, 6, 8, 9$, giacendo però su ciascuno di essi uno al più dei punti $1, 2, 3$, ed anche questo è impossibile.

(1) Nello spazio a tre dimensioni, le configurazioni di 10 punti e 15 piani aventi le proprietà qui supposte sono invece di tre diversi tipi, come mostrerò in un prossimo lavoro.

Resta da esaminare l'ipotesi che insieme coi piani 0123, 0456, 0478 si abbia il piano 0189. I rimanenti due piani per 0 possono ancora contenere soltanto i punti 2, 3, 5, 6, 7, 9, passando ciascuno al più per uno dei punti 2 e 3 e per uno dei punti 5 e 6: si può supporre ad esempio che siano 0257 e 0369. Ora i piani 0123, 0189, 0369 appartengono all'S_3 determinato dal primo di essi e dal punto 9; e i piani 0456, 0478, 0257 appartengono all'S_3 determinato dal primo di essi e dal punto 7. Ma di qui deriva l'assurdo che per 0 passa un settimo piano della configurazione, quello dei punti 0, 2, 6, 8 comuni ai due S_3.

Dato dunque il piano 0123, dei cinque rimanenti piani uscenti da 0, due certamente non hanno in comune alcun altro punto della configurazione, e si può supporre che siano 0456 e 0789. Gli altri tre, non potendo avere in comune coi precedenti, fuori di 0, più di un punto della configurazione, saranno per esempio 0147, 0258, 0369.

Ne segue che i piani 0456 e 0789 si tagliano nel solo punto 0: chè, in caso contrario, giacerebbero in un S_3, ed a questo apparterrebbero tutti i punti della configurazione.

Riassumendo, *i sei piani passanti per uno qualunque dei dati punti, ad esempio per* 0, *si dividono in due terne*

$$(3)\qquad \begin{cases} 0123,\ 0456,\ 0789; \\ 0147,\ 0258,\ 0369, \end{cases}$$

in modo che due piani dell'una o dell'altra terna s'incontrano nel solo punto 0, *e due piani di terne diverse hanno comune, oltre a* 0, *un altro punto della configurazione.*

Di qui si deduce che i quattro piani della configurazione passanti per 1, e diversi da 0123, 0147, debbono rispettivamente contenere i punti 2, 3, 4, 7. E si riconosce subito che sono

$$1269,\ 1358,\ 1489,\ 1567.$$

In modo analogo si trovano i cinque piani rimanenti

$$2347,\ 2468,\ 2579,\ 3459,\ 3678.$$

I dieci punti appartengono dunque ad un S_4, quello determinato dai due piani 0123, 0147 e dal punto 5. Applicando allora la costruzione di Segre e Castelnuovo, per esempio, ai quattro piani 0123, 0456, 1489, 2579, come piano ad essi associato si trova 3678, e ciò dimostra il teorema.

Del quale può farsi la seguente generalizzazione:

In un S_r *(con* $r>3$*) si abbiano* $2(r+1)$ *punti ed* $(r-1)(r+1)$ *spazi* S_{r-2}, *tali che nè tre dei punti siano in linea retta, nè tre degli*

S_{r-2} *passino per due dei punti; e si supponga che in ognuno degli* S_{r-2} *giacciano* r *dei punti e per ognuno dei punti passino* $\frac{r(r-1)}{2}$ *degli* S_{r-2}. *Allora è necessariamente* $r = 4$, *e la configurazione consta dei 10 punti doppî e dei 15 piani di una varietà cubica dell'* S_4.

Invero, fissato uno qualunque degli S_{r-2}, si denotino con $1, 2, \ldots, r$ gli r punti in esso contenuti. Per ognuna delle rette $12, 13, \ldots, 1r$ passerà al più un altro degli S_{r-2}; quindi, essendo

$$\frac{r(r-1)}{2} - r = \frac{r(r-3)}{2} \geq 2,$$

almeno due degli ulteriori S_{r-2} uscenti dal punto 1 non passeranno per nessuno dei punti $2, 3, \ldots, r$. Pongasi che due tali S_{r-2}, che dirò S' ed S'', abbiano in comune, oltre ad 1, λ punti della configurazione. Su essi e sul primitivo S_{r-2} stanno allora complessivamente

$$r + \lambda + 2(r - \lambda - 1) = 3r - \lambda - 2$$

dei dati punti, perciò sarà

$$3r - \lambda - 2 \leq 2r + 2,$$

ossia $\lambda \geq r - 4$. Restano dunque ancora e su S' e su S'' al più tre punti della configurazione, e per essi e per i punti $2, 3, \ldots, r$ debbono passare gli

$$\frac{r(r-1)}{2} - 3 = \frac{(r-3)(r+2)}{2}$$

rimanenti S_{r-2} uscenti da 1. Ciò non è possibile se non è $r = 4$, e si ricade nel teorema precedente.

Matematica. — *Sur la composition de 1ère espèce: Les fonctions d'ordre quelconque et leur composition.* Nota II di Joseph Pérès, presentata dal Socio V. Volterra (1).

§ 3. — Les fonctions d'ordre singulier.

Il est impossible de conserver si ζ' est nul ou entier négatif la définition (2) pour $\dot{1}^{\zeta}$. Nous introduirons donc les nouveaux symboles

$$\dot{1}^{0} \qquad \dot{1}^{-n} \qquad (n \text{ entier positif})$$

leur composition étant, par définition, exprimée par la première des formules (3).

(1) Voir la Note I dans les Rend. della R. Acc. dei Lincei, Séance du 7 janv. 1917.

Nous introduirons de même les nouveaux symboles

$$(4) \qquad \overset{*}{f} = a(x)\,\overset{*}{1}^{\zeta} \qquad \overset{*}{g} = \overset{*}{1}^{\zeta'}\,b(y)$$

représentant le *produit* et non la *composition* de $a(x)$ par $\overset{*}{1}^{\zeta}$ et de $b(y)$ par $\overset{*}{1}^{\zeta'}$; c'est ce que nous marquons dans nos formules en explicitant, dans a et b les variables et en ne surmontant pas ces fonctions d'une étoile. Dans le cas où la composition $f\,g$ est définie, on a

$$(5) \qquad \overset{*}{f}\,\overset{*}{g} = a(x)\;b(y)\,\overset{*}{1}^{\zeta+\zeta'}$$

dans le cas où elle n'est pas encore définie nous prendrons la formule (5) comme définition de $\overset{*}{f}\,\overset{*}{g}$.

Enfin, $\overset{*}{h}$ étant une fonction d'ordre quelconque régulier α, et ζ et ζ' étant égaux à $-n$ (n étant un entier positif ou nul), *si de plus* $\alpha - n$ *est régulier*, nous poserons par définition

$$\overset{*}{f}\,h = a(x)\,(-1)^n\,\frac{\partial^n}{\partial x^n}\,h(x.y)$$

et

$$\overset{*}{h}\,\overset{*}{g} = b(y)\,\frac{\partial^n}{\partial y^n}\,h(x.y).$$

Nous nommerons *fonction de l'ordre singulier* $-n$ (n entier positif ou nul) une expression de forme

$$(5) \qquad \overset{*}{1}^{-n}\,\mathrm{A}(x.y) \quad (^1)$$

A étant une fonction d'ordre entier positif que l'on peut toujours supposer du 1er ordre (²). Remarquons qu'il est naturel de poser, p étant un entier positif,

$$(6) \quad \begin{cases} \overset{*}{1}^{-n}(y-x)^p = \overset{*}{1}^{-n+p}(-n+p-1)\,(-n+p-2)\ldots(-n) & \text{si } p \leq n \\ \qquad\qquad = 0 & \text{si } p > n, \end{cases}$$

on s'en rendra compte en transformant d'abord $\overset{*}{1}^{-n+\varepsilon}(y-x)^p$ de manière à

(¹) Dans cette expression le symbole $\overset{*}{1}^{-n}$ est *multiplié* et non composé avec $\mathrm{A}(x.y)$; de même dans les développements (7) et (8). Nous nous sommes d'ailleurs conformés aux notations indiquées au début du § 3. L'expression (5) n'est pas une fonction au sens ordinaire du mot, mais un symbole dont nous définissons les règles de calcul.

(²) Grâce aux formules (6) en peut toujours se ramener à ce cas.

faire apparaitre $\overset{\bullet}{1}^{-n+\varepsilon+p}$, puis en faisant tendre ε vers zéro. En prenant alors pour $A(x.y)$ un développement limité de forme

$$A(x.y) = A(x.x) + (y-x)\frac{\partial}{\partial y}A(x.x) + \cdots + \\ + \frac{(y-x)^n}{n!}\frac{\partial^n}{\partial y^n}A(x.x) + (y-x)^{n+1}\,\Omega(x.y)\ (^1)$$

ou

$$A(x.y) = A(y.y) - (y-x)\frac{\partial}{\partial x}A(y.y) + \cdots + \\ + \frac{(y-x)^n}{n!}(-1)^n\frac{\partial^n}{\partial x^n}A(y.y) + (y-x)^{n+1}\,\Omega_1(x.y)$$

et en utilisant les formules (6), on obtient sans peine pour (5) un développement de forme

$$(7)\qquad \overset{\bullet}{1}^{-n}a_0(x) + \overset{\bullet}{1}^{-n+1}a_1(x) + \cdots + \overset{\bullet}{1}^{0}a_n(x)$$

ou

$$(8)\qquad \overset{\bullet}{1}^{-n}b_0(y) + \overset{\bullet}{1}^{-n+1}b_1(y) + \cdots + \overset{\bullet}{1}^{0}b_n(y)\ (^2).$$

Il est facile de prouver que si les développements (7) de deux fonctions de la forme (5) sont identiques, il en est de même de leurs développements (8) et réciproquement: on dira alors que les deux fonctions sont égales.

On définit aisément l'addition des symboles (5): comme je dois me borner ici à indiquer brièvement la suite des idées, je me contente d'indiquer que pour additionner deux fonctions développées sous la forme (7)

$$\overset{\bullet}{1}^{-n}a_0(x) + \overset{\bullet}{1}^{-n+1}a_1(x) + \cdots + \overset{\bullet}{1}^{0}a_n(x)\ ,$$
$$\overset{\bullet}{1}^{-n}a'_0(x) + \overset{\bullet}{1}^{-n+1}a'_1(x) + \cdots + \overset{\bullet}{1}^{0}a'_n(x)$$

il suffit de former, par addition terme à terme, le développement

$$\overset{\bullet}{1}^{-n}(a_0(x)+a'_0(x)) + \overset{\bullet}{1}^{-n+1}(a_1(x)+a'_1(x)) + \cdots + \overset{\bullet}{1}^{0}[a_n(x)+a'_n(x)]$$

qui est le développement de forme (7) de la somme cherchée.

(1) Dans cette formule $\frac{\partial}{\partial y}A(x.x)$ désigne la dérivée $\frac{\partial}{\partial y}A(x.y)$ où l'on a fait $y=x$; de même pour les symboles analogues.

(2) La fonction $a_0(x)=b_0(x)$ doit être nommée diagonale de la fonction d'ordre négatif considérée. Nous verrons plus tard (fin de ce paragraphe) que les propriétés II et III du § 2 subsistent pour les diagonales de fonctions quelconques.

Plus généralement, nous appellerons encore fonction de l'ordre singulier $-n$ une expression de forme

$$\overset{*}{1}{}^{-n}\,A(x.y)+H(x.y)$$

H étant une fonction d'ordre entier positif.

Pour composer deux fonctions $\overset{*}{f}$ et $\overset{*}{g}$ d'ordres quelconques α et β, réguliers ou non, et pour former $\overset{*}{f}\,\overset{*}{g}$, nous remarquerons que l'on peut toujours écrire

$$(9)\quad \begin{cases} \overset{*}{f} = \overset{*}{1}{}^{\alpha}\,a_0(x)+\overset{*}{1}{}^{\alpha+1}\,a_1(x)+\cdots+\overset{*}{1}{}^{\alpha+n}\,a_n(x)+H(x.y) \\ \overset{*}{g} = \overset{*}{1}{}^{\beta}\,b_0(y)+\overset{*}{1}{}^{\beta+1}\,b_1(y)+\cdots+\overset{*}{1}{}^{\beta+n'}\,b_{n'}(y)+H'(x.y) \end{cases}$$

H étant d'ordre δ supérieur à $\alpha+n$ et H' d'ordre δ' supérieur à $\beta+n'$. En prenant n et n' assez grand on peut toujours s'arranger de façon que

$$\delta,\quad \delta',\quad \delta+\delta',\quad \delta+\beta \quad\text{et}\quad \delta'+\alpha$$

soient des ordres réguliers. Nous formerons alors la fonction $\overset{*}{f}\,\overset{*}{g}$ en composant terme à terme les développements (9), obtenant ainsi

$$(10)\quad \overset{*}{f}\,\overset{*}{g}=\sum_{ij} a_i(x)\,b_j(y)\,\overset{*}{1}{}^{\alpha+\beta+i+j}+\sum_i a_i(x).\overset{*}{1}{}^{\alpha+i}\,\overset{*}{H}'+\sum_j b_j(y)\,\overset{*}{H}\,\overset{*}{1}{}^{\beta+j}+\overset{*}{H}\overset{*}{H}'.$$

Tous les compositions qui sont indiquées dans le 2ème membre de la formule (10) ayant un sens, d'après le choix de n et de n', et d'après les définitions du début du § 3.

Nous obtenons ainsi pour $\overset{*}{f}\,\overset{*}{g}$ une fonction de l'ordre $\alpha+\beta$ et on peut démontrer que toutes les propriétés I à VI prouvées au § 2 pour les fonctions d'ordre régulier sont encore valables. En particulier on a

$$(VI)\qquad \overset{*}{f}(\overset{*}{g}\,\overset{*}{h})=(\overset{*}{f}\,\overset{*}{g})\,\overset{*}{h}$$

quels que soient les ordres de $\overset{*}{f}$, $\overset{*}{g}$, $\overset{*}{h}$ (1).

On vérifie enfin que, que soit l'ordre de f on a

$$\overset{*}{f}\,\overset{*}{1}{}^{0}=\overset{*}{1}{}^{0}\,\overset{*}{f}=\overset{*}{f}.$$

§ 4. — Application à une équation intégrale.

Grâce à l'introduction des fonctions d'ordres quelconques et aux règles de calcul précédentes (surtout la règle VI) nous pouvons résoudre l'équation

(1) C'est la plus délicate à démontrer des propriétés I à VI. Pour la prouver on suivra encore, dans ses grandes lignes, la marche esquissée au § 2. — Remarquons aussi que dans le cas où α ou β est nul, l'énoncé de III est légèrement modifié.

de Volterra de première espèce

$$\overset{\bullet}{f}\,\overset{\bullet}{\varphi} = \overset{\bullet}{\psi} \tag{1}$$

$\overset{\bullet}{f}$ et $\overset{\bullet}{\psi}$ étant des fonctions données d'ordres *quelconques* α et β, $\overset{\bullet}{\varphi}$ une fonction inconnue d'ordre forcément égal à $\beta - \alpha$.

Admettons d'abord que l'ordre β soit assez grand pour que $\beta + 1 - \alpha$ soit supérieur à 1. En composant les 2 membres de (1) avec $\overset{\bullet}{1}^{1-\alpha}$ et grâce à VI on obtient

$$(\overset{\bullet}{1}^{1-\alpha}\,\overset{\bullet}{f})\,\overset{\bullet}{\varphi} = \overset{\bullet}{1}^{1-\alpha}\,\overset{\bullet}{\psi} \tag{2}$$

équation équivalente à (1) car en en composant les 2 membres par $\overset{\bullet}{1}^{\alpha-1}$ on retrouve l'équation (1). Mais (2) peut s'écrire

$$\overset{\bullet}{f_1}\,\overset{\bullet}{\varphi} = \overset{\bullet}{\psi_1} \tag{3}$$

$\overset{\bullet}{f_1} = \overset{\bullet}{1}^{1-\alpha}\overset{\bullet}{f}$ étant d'ordre 1 et $\psi_1 = \overset{\bullet}{1}^{1-\alpha}\overset{\bullet}{\psi}$ d'ordre $\beta + 1 - \alpha$ plus grand que 1 (ψ_1 est donc nulle pour $x = y$). La résolution de l'équation (3) est classique et on sait former deux fonctions $h(x)$ et $\mathrm{H}(x.y)$ [1] telles que φ solution unique de (3) ou de (1) soit égale à

$$\varphi(x.y) = -h(x)\frac{\partial}{\partial x}\psi_1(x.y) - \int_x^y \mathrm{H}(x.\xi)\frac{\partial}{\partial \xi}\psi_1(\xi.y)\,d\xi$$

ou avec nos notations

$$\overset{\bullet}{\varphi} = (h(x)\,\overset{\bullet}{1}^{-1} + \overset{\bullet}{\mathrm{H}}\,\overset{\bullet}{1}^{-1})\,\overset{\bullet}{\psi_1} = (h(x)\,\overset{\bullet}{1}^{-\alpha} + \overset{\bullet}{\mathrm{H}}\,\overset{\bullet}{1}^{-\alpha})\,\overset{\bullet}{\psi}$$

ou enfin en posant $\overset{\bullet}{f}^{-1} = (h(x)\,\overset{\bullet}{1}^{-\alpha} + \overset{\bullet}{\mathrm{H}}\,\overset{\bullet}{1}^{-\alpha})$, ($\overset{\bullet}{f}^{-1}$ est d'ordre $-\alpha$) [2]

$$\overset{\bullet}{\varphi} = \overset{\bullet}{f}^{-1}\,\overset{\bullet}{\psi}$$

Puisque cette fonction est solution de (1) on a

$$(\overset{\bullet}{f}\,\overset{\bullet}{f}^{-1} - \overset{\bullet}{1}^{0})\,\overset{\bullet}{\psi} = 0$$

et

$$\varphi(\overset{\bullet}{f}^{-1}\,\overset{\bullet}{f} - \overset{\bullet}{1}^{0}) = 0$$

[1] Cette dernière d'ordre entier positif.

[2] Dans toutes ces formules $h(x)$ est multiplié, et non composé avec $\overset{\bullet}{1}^{-1}$ et $\overset{\bullet}{1}^{-\alpha}$.

d'où enfin (1)

$$\dot{f}\,\dot{f}^{-1} = \dot{f}^{-1}\,\dot{f} = \dot{1}^{0} \quad (2). \tag{4}$$

Les formules (4) établies, des calculs élémentaires montrent que, *quel que soit l'ordre de* ψ, l'équation (1) à une solution et une seule, donnée par la formule

$$\dot{\varphi} = \dot{f}^{-1}\,\dot{\psi} \quad (3) \tag{5}$$

On voit que, grâce à nos généralisations de la notion de composition nous sommes arrivés à calculer les symboles

$$\dot{f}^{-1}$$

introduits par M.r Volterra. Si $-\alpha$ est régulier l'expression $\dot{f}^{-1}$ n'est plus un symbole mais représente une fonction de x et de y dont la composition à été étudié au § 2. Si $-\alpha$ est singulier, il reste, dans l'expression de $\dot{f}^{-1}$ les symboles $\dot{1}^{0}\,\dot{1}^{-1} \ldots \dot{1}^{-n} \ldots$ dont les règles de calcul ont été indiquées au § 3.

Il n'y a pas plus de difficulté maintenant à définir, en composant avec elle même la fonction $\dot{f}^{-1}$ la fonction $\dot{f}^{-n}$ (n entier).

Enfin, les fractions de composition introduites par M.r Volterra dans son Mémoire déja cité, sont évidemment des fonctions d'ordre quelconque, de la nature de celles que nous avons définies ici. Ceci achève de démontrer que nos fonctions d'ordre quelconque coïncident avec celles de M.r Volterra.

Remarquons enfin que si f et ψ sont permutables, la solution φ de l'équation (1) sera permutable avec l'une et avec l'autre. Il est clair par exemple que l'on a

$$\dot{f}\,\dot{\varphi} = \dot{\varphi}\,\dot{f}$$

car cela s'écrit

$$\dot{f}\,\dot{f}^{-1}\,\dot{\psi} = \dot{f}^{-1}\,\dot{\psi}\,\dot{f} = \dot{f}^{-1}\,\dot{f}\,\dot{\psi} = \dot{\psi}$$

d'après les formules (4).

(1) En effet, la fonction $\dot{f}\,\dot{f}^{-1} - \dot{1}^{0}$, par exemple, est d'ordre zéro et donc de forme $\alpha(x)\,\dot{1}^{0} + \dot{\mathrm{L}}\,(x.y)$ (L d'ordre entier positif). La formule $(\dot{f}\,\dot{f}^{-1} - \dot{1}^{0})\,\dot{\psi} = 0$ s'écrit, en prenant ψ d'ordre positif

$$\alpha(x)\,\psi(x.y) + \int_{x}^{y} \mathrm{L}(x.\xi)\,\psi(\xi.y)\,d\xi = 0\,,$$

ceci a lieu quel que soit ψ d'ordre positif. On en tire $\alpha(x) = 0$, $\mathrm{L}(x.y) = 0$, c'est à dire

$$\dot{f}\,\dot{f}^{-1} = \dot{1}^{0}$$

on prouve de même la seconde des formules (4).

(2) Égale aussi à $\dot{f}^{0}$ par définition de ce dernier symbole.

(3) Il n'est pas sans interêt d'observer que la même fonction $\dot{f}^{-1}$ servira dans la résolution de l'équation

$$\dot{\varphi}\,\dot{f} = \dot{\psi}$$

analogue à l'équation (1).

Fisica. — *La corrente termo-ionica nelle comuni lampade ad incandescenza* (1). Nota del dott. WASHINGTON DEL REGNO, presentata dal Corrisp. CANTONE.

Nelle lampade destinate allo studio delle correnti termo-ioniche, il filamento incandescente è circondato da un elettrodo metallico, continuo od a maglia e generalmente di forma cilindrica, unito mediante un filo che attraversa il bulbo della lampada ad un galvanometro di cui l'altro estremo è in comunicazione col polo positivo della lampada. L'Edison e l'Hollevigue (2) ebbero per primi l'idea di raccogliere gli elettroni emessi dal filamento incandescente a mezzo di un elettrodo esterno alla lampada: l'Hollevigue adattando un pezzo di stagnola, caricato positivamente ed in comunicazione con un elettroscopio, sul bulbo di una lampada Osram da 25 candele potè notare che l'elettroscopio si scaricava quando il filamento veniva attraversato dalla corrente. Esperienze furono in seguito fatte con lampade a filamento metallico e di carbone (3) sulle quali venivano adattate delle fasce metalliche a maglia o continue, ottenendosi correnti d'intensità non superiore a 0.4×10^{-6} amp. per i filamenti metallici ed 1.5×10^{-6} amp. per i filamenti di carbone.

Per quanto sia oramai assodata la natura delle correnti termo-ioniche ho voluto eseguire nuove esperienze in proposito perchè con un dispositivo semplice sono riuscito ad ottenere dalle ordinarie lampade ad incandescenza effetti cospicui e facilmente paragonabili fra di loro. I risultati, che in seguito riporto, furono ottenuti sperimentando su lampade di tipo diverso, usando un elettrodo costituito da uno spesso strato di argento depositato sul bulbo della lampada sul quale veniva avvolto un filo di rame in comunicazione col galvanometro e col polo positivo della lampada. Nel circuito principale una resistenza variabile permetteva di ottenere valori diversi della differenza di potenziale applicata agli estremi del filamento incandescente ed un inversore dava il mezzo di controllare volta per volta la natura della corrente che attraversava il circuito termo-ionico. Fu mia cura ottenere un isolamento perfetto di questo circuito per evitare in esso ogni corrente parassita che poteva stabilirsi per l'imperfetto isolamento del circuito principale

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica sperimentale della R. Università di Napoli. Giugno 1916.

(2) H. Hollevigue, *Sur les rayons cathodiques émis par les lampes à incandescence.* Société Franc. de Physique. Séance du 16 fevrier 1912.

(3) Grandone, *Sulla corrente termo-ionica generata nelle lampade ad incandescenza.* R. Acc. delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Fascicoli 5° e 6°. 1915.

della lampada (circuito stradale): cercai inoltre d'evitare ogni derivazione di corrente fra il portalampada ed il rivestimeuto d'argento, lavando spesso con acido il tratto scoperto della lampada. L'uso dell'inversore dava in tutte le mie esperienze il ritorno istantaneo dell'indice a zero quando l'elettrodo metallico si trovava collegato col polo negativo della lampada, ciò che indicava l'assenza di correnti di dispersione: nè mancai di accertare se per la notevole temperatura alla quale si portava il rivestimento della lampada si destassero nel circuito correnti di natura termo-elettrica. Anche in questo caso, chiudendo il circuito termo-ionico a lampada spenta dopo un funzionamento di diverse ore, il galvanometro non dava alcuna deviazione.

I valori riportati nelle tabelle si riferiscono a lampade a filamento di carbone ed a filamento metallico: da essi si rileva agevolmente il carattere termo-ionico delle correnti misurate ed il vantaggio dell'uso dell'elettrodo

Tabella I.

Lampade a filamento di carbone (Voltaggio 110)				Lampada a filamento metallico (Voltaggio 60)			
Differenza di potenziale agli estremi del filamento	Corrente termo ionica in micro-ampères			Differenza di potenziale agli estremi del filamento	Corrente termo-ionica in micro-ampères		
	(1)	(2)	(3)		(*a*)	(*b*)	(*c*)
80	6	0	0	50	0	0	0.000
90	34	4	2	60	4	0	0.001
100	272	26	14	70	34	2	0.001
110	510	127	85	80	255	22	0.002
120	680	510	595	90	...	175	...
130	...	2210	1700				

continuo a contatto intimo col bulbo della lampada, avendosi valori per le intensità di corrente che, per qualche lampada ed a regime forzato, raggiungono i due mille-ampères, cioè la metà del valore massimo ottenuto dal Fleming (1) con le sue valvole a filamento di carbone con elettrodo interno.

(1) Phylosophical Magazine, 42, 1896.

La differenza notevole nel valore della intensità della corrente termo-ionica quando si passa dall'elettrodo a maglia semplicemente applicato alla lampada al rivestimento di argento continuo ed intimamente unito alla lampada (vedi tabella II) ci porta ad ammettere nel primo caso la creazione di un campo antagonista che ostacola il moto degli elettroni liberi di fronte alle regioni scoperte del vetro, laddove con l'elettrodo continuo si annullano

Tabella II.

Lampada a filamento di carbone			Lampada e filamento metallico		
Differenza di potenziale agli estremi del filamento	Corrente termo-ionica in micro-ampères		Differenza di potenziale agli estremi del filamento	Corrente termo-ionica in micro-ampères	
	Elettrodo a fascia di rame discontinua adattata sulla lampada	Elettrodo continuo d'argento depositato per via chimica		Elettrodo a fascia di rame discontinua adattata sulla lampada	Elettrodo continuo d'argento depositato per via chimica
100	0	20	70	0	2
120	1	510	90	0	58
130	...	2210	100	0	175

le cariche degli elettroni con quelle eteronome che si destano su tutta quanta la superficie interna del vetro, mentre una carica negativa uguale in grandezza passa dall'argento al filo conduttore: siamo dunque in presenza di un fenomeno che determina uno spostamento elettrico in ogni strato della massa del vetro per effetto della continua polarizzazione dovuta ai corpuscoli che si sprigionano dal filamento caldo. In quanto all'influenza della natura dei filamenti sulla intensità della corrente termo-ionica è da notare che per i filamenti di carbone, quantunque le temperature raggiunte siano inferiori a quelle dei filamenti metallici, la corrente termo-ionica ha valori maggiori e ciò sia per la maggiore emissione caratteristica del carbone, sia perchè in queste lampade si ha, per rispetto a quelle a filamento metallico, una minore rarefazione e quindi un numero maggiore di ioni atti a neutralizzare parte della carica spaziale creante il campo antagonista che limita l'emissione degli elettroni da parte del filamento (1). Dalle mie esperienze risulta inoltre confermata in ogni caso l'assenza di corrente termo-ionica per filamenti di tungsteno immersi in ambiente di azoto (vedi tabella I, serie (*c*) relativa ad una lampada ad azoto da 600 candele a 50 volta): tale particolare è

(1) I. Langmuir, *L'elettrotecnica*, anno 1915, novembre.

dovuto sia alla pressione non piccola esistente nelle lampade, sia alla natura stessa del gas (1).

Inefficace si è dimostrato per queste lampade un preventivo riscaldamento del filamento: esperienze eseguite con lampade di 600 candele sottoposte ad una preliminare accensione di un'ora al regime normale di 50 volta e di dieci minuti al regime forzato di 80 volta hanno dato un valore pressochè nullo della corrente.

Nello studio delle variazioni della corrente termo-ionica nelle lampade sottoposte a lunghi periodi di accensione, alternati con periodi di riposo, ho usato esclusivamente lampade a filamento di tungsteno, perchè le lampade a filamento di carbone dopo un breve periodo di funzionamento, specie se a regime forzato, si riscaldano troppo e non possono più essere utilmente usate. Dalle esperienze risulta quanto segue:

TABELLA III.

Differenza di potenziale agli estremi del filamento	Lampada a filamento metallico da 16 candele e 50 volta — Corrente termo-ionica in micro-ampères							*Osservazioni*
	(a)	(b)	(c)	(d)	(a_1)	(b_1)	(c_1)	
Volta 50	...	...	...	...	...	...	...	Serie (a) - Lampada nuova - Pomeriggio 20-12-1915 - Serie (b) (c) (d) - Accesa la lampada per un'ora prima di eseguire la serie, pomeriggio del 21-12-1915. Serie (a_1) - Serie fatta senza accensione preliminare: mattino del 22-12-1915. Serie (b_1) (c_1) - Serie fatte dopo quattro ore e mezza di accensione della lampada a regime normale (la lampada si è fulminata alla tensione di 80 volta).
» 60	...	1	1	2	3	3	4	
» 65	...	2	3	6	7	9	11	
» 70	1	5	10	16	20	24	34	
» 75	4	16	27	48	51	68	94	
» 80	...	49	88	136	162	204	255	

TABELLA IV.

Differenza di potenziale agli estremi del filamento	Lampada a filamento metallico da 32 candele e 60 volta — Corrente termo-ionica in micro-ampères							*Osservazioni*
	(a)	(a_1)	(b_1)	(a_{II})	(a_{III})	(a_{IV})	(b_{IV})	
Volta 60	...	...	...	...	...	2	2	Serie (a) - Accensione preventiva di un'ora al regime di 50 volta, 28-12-915, ore ant. - Serie (a_1) senza accensione preventiva, 29-12-1915, ore ant. Serie (b_1) - senza accensione preventiva. Pomeriggio 31-12-1915. Ser. (a_{II}) 31-12-1915 senza accensione prev. » (a_{III}) 25-1-1916 » » » » (a_{IV}) 27-1-1916 » » » » (b_{IV}) 27-1-1916 » » » ore pomeridiane.
» 70	1	1	2	2	7	17	20	
» 80	8	13	17	22	39	127	153	
» 90	54	89	116	175	238	663	697	
» 100	...	...	...	...	2040	3145	3400	

(1) I. Langmuir, The physical Review. Decembre, 1915, pag. 450.

1° la corrente termo-ionica, a parità di differenza di potenziale agli estremi del filamento incandescente, non resta costante ma va continuamente aumentando con l'invecchiare della lampada (vedi tabelle III, IV, V);

TABELLA V.

Differenza di potenziale agli estremi del filamento	LAMPADA A FILAMENTO METALLICO da 50 candele e 50 volta — Corrente termo-ionica in micro-ampères													Osservazioni
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(a_1)	(b_1)	(c_1)	(d_1)	(e_1)	(a_{II})	(b_{II})	
Volta 45	...	...	...	...	...	...	1	1	1	2	2	1	2	Serie $(a)(b)(c)$ - Ore ant. 8-11-1915
» 50	1	1	1	1	1	2	5	7	7	7	7	7	8	» $(d)(e)(f)$ - » pom. 8-11 1915 (nell'intervallo rimasta per quattro ore la lampada accesa al regime di 50 volta).
» 55	...	3	3	4	4	6	23	22	19	34	34	24	29	
» 60	9	11	14	14	16	21	77	85	87	85	84	77	102	Ser. $(a_1)(b_1)(c_1)$ - Ore ant. 23-12-1915
» 65	...	32	13	46	53	71	272	272	289	306	306	306	323	» (d_1) (e_1) - » pom. 23-12-1915 (nell'intervallo lamp. smorzata).
» 70	...	...	...	155	170	289	...	...	...	...	...	...	...	Ser. (a_{II}) (b_{II}) - Ore ant. 24-12-1915.

2° il prolungato funzionamento delle lampade, anche se a regime forzato, produce nei filamenti una variazione di resistenza piccolissima (vedi tabella VI in cui I rappresenta l'intensità della corrente ed R la resistenza del filamento);

3° per tutte le lampade si nota un aumento della corrente termo-ionica dopo un lungo periodo di riposo delle lampade. Nella tabella III lo dimostrano le due coppie di serie (a) (b), (d) (a_1): dalla seconda delle coppie si rileva che l'aumento della corrente non può ritenersi dovuto al periodo di preliminare accensione della lampada prima di eseguire la serie (b). Questo comportamento viene confermato da tutte le serie della tabella IV ed in ispecie dalla (f) ed (a_1) della tabella V.

Tali risultati ci autorizzano ad ammettere che il notevolissimo incremento della corrente termo-ionica, non possa essere dovuto ad una variazione della temperatura dei filamenti avendosi per questi una variazione di resistenza piccolissima, variazione che per giunta è nel senso di una diminuzione e non di un aumento della temperatura. È quindi da ritenere che l'effetto sia dovuto al disgregamento dello strato superficiale ed alla conseguente maggiore facilità con la quale gli elettroni possono liberarsi dai filamenti. Il notevole aumento della corrente, di cui al n. 3, non potendosi attribuire all'influenza dei gas nell'interno della lampada avendosi nel periodo di riposo un'occlusione dei gas precedentemente liberati e quindi una diminuzione di ioni atti a neutralizzare parte della carica spaziale creante il campo antagonista, ci porta ad ammettere un continuo lavoro di disgregamento anche a lampada spenta: si avrebbe quindi per questi filamenti

Tabella VI.

Differenza di potenziale agli estremi del filamento	Lampada a filamento metallico nuova da 25 candele e 60 volta						Osservazioni
		(*a*)	(*b*)	(*c*)	(*d*)	(*e*)	
Volta 60	I	0 478	0.428	0.427	0 426	0.423	(*a*) 19 giugno 1916. Serie iniziale.
	R	140 180	140 180	140 510	140.750	141.840	(*b*) 20 » » Dopo due ore di accensione preliminare a 90 volta.
» 70	I	0.468	0.468	0 467	0.465	0 464	(*c*) 20 » » Dopo un'altra ora a 100 volta.
	R	149.570	149.570	149.890	150 530	150.820	(*d*) 20 » » » » »
» 80	I	0.507	0.507	0 507	0.505	0.503	(*e*) 29 giugno 1916. Senza accensione preliminare.
	R	157.790	157.790	157.790	158.410	159 040	
» 90	I	0.545	0.543	0.541	0.541	0.540	
	R	165.130	165 740	166.350	166.350	166.660	
» 100	I	...	0.980	0.577	0.577	0.574	
	R	...	172.410	173.310	173.310	174.210	

Differenza di potenziale agli estremi del filamento	Lampada a filamento metallico prossima a fulminarsi da 50 candele e 50 volta							Osservazioni
		(*a*)	(*b*)	(*c*)	(*d*)	(*e*)	(*f*)	(*g*)	
Volta 50	I	1 053	1.053	1.053	1.052	1.050	1.050	1.046	(*a*) 29 giugno 1916. Senza accensione preliminare.
	R	47.480	47.480	47 480	47.520	47.620	47.620	47.810	(*b*) 29 » » pomeriggio.
» 55	I	1.114	1.114	1.113	1.113	1.110	1.109	1.107	(*c*) 1° luglio »
	R	49.370	49.370	49 410	49.410	49.550	49.590	49.680	(*d*) 4 » » Dopo tre ore di accensione a 60 volta (la lampada aveva oscillazioni di luce dipendenti dal grande disgregamento del filamento).
» 60	I	1.178	1.174	1 172	1.170	1.167	1.167	1.166	
	R	50.930	51.100	51.190	51.280	51.430	51.410	51.450	
» 65	I	...	1.237	1.231	1.230	1.224	1.222	1.222	(*f*) (*g*) 6 luglio 1916. La lampada si fulmina.
	R	...	52.540	52.800	52.840	53.100	53.190	53.190	

uno stato continuo di vibrazione ciò che costituisce una delle cause della breve durata delle lampade a tungsteno.

Le esperienze indicate furono ripetute con le stesse lampade alimentate da corrente alternata usando come rivelatore un telefono sensibilissimo. Anche in questo caso si ha corrente apprezzabile quando si sorpassa il regime normale di funzionamento: per una lampada a filamento di carbone da 32 candele e 110 volta si comincia a sentire un suono in corrispondenza ad una differenza di potenziale ai capi del filamento di 85 volta, suono che va rapidamente aumentando d'intensità fino a percepirsi, per una differenza di potenziale di 140 volta, anche a distanza dal telefono. Usando di un trasformatorino di cui il circuito di alta resistenza è inserito nel circuito termo-ionico e l'altro porta il telefono, si riesce a seguire con maggiore facilità le variazioni di corrente.

Rendo vive grazie al prof. Cantone per gli aiuti fornitimi nel corso di queste ricerche.

Matematica. — *Sul metodo di Borel per la sommazione delle serie.* Nota di Gustavo Sannia, presentata dal Socio Enrico D'Ovidio.

Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Fisica. — *Sulla caratteristica dell'arco cantante nei regimi cui corrispondono diverse emissioni spettrali.* Nota II di Elena Freda e Nella Mortara, presentata dal Socio Blaserna.

4. Per interpretare i risultati sperimentali riferiti nel precedente paragrafo (1), occorre tener presenti le proprietà caratteristiche dell'arco.

Come è noto, se si alimenta l'arco con corrente continua, e lasciando costante la distanza dei carboni, si fa variare di tempo in tempo l'intensità della corrente, in corrispondenza ad ogni valore dell'intensità, la superficie del cratere negativo, la massa gassosa interessata alla scarica e la quantità di calore introdotta in ogni istante in questa massa gassosa, acquistano determinati valori, tanto maggiori, quanto più intensa è la corrente. Quindi, restando costante la distanza dei carboni, si ha per ogni valore i dell'intensità della corrente un determinato valore V della tensione ai poli dell'arco,

(1) Vedi la prima Nota in questi Rendiconti, vol. XXV, sem. 2°, pag. 438.

e questo secondo valore è tanto minore quanto maggiore è il primo. La caratteristica statica dell'arco è perciò una caratteristica calante, gode cioè della proprietà espressa dalla diseguaglianza $\frac{dV}{di} < 0$.

Se invece si fa passare nell'arco una corrente la cui intensità varia abbastanza rapidamente, la temperatura e lo spessore dell'arco non possono acquistare in corrispondenza ad ogni valore istantaneo della corrente quei valori che acquisterebbero se la corrente restasse costante per un certo tempo. Quindi i valori della tensione ai poli dell'arco, corrispondenti, nella caratteristica statica e in quella dinamica, ad uno stesso valore dell'intensità della corrente, non coincidono. Se la corrente assume due valori diversi in due istanti molto vicini, le condizioni dell'arco nel primo istante si ritrovano, più o meno modificate, nel secondo istante; contribuiscono quindi a determinare il valore della conducibilità corrispondente al secondo valore di i. Nella caratteristica dinamica il valore in ogni istante della tensione ai poli dell'arco non dipende dunque soltanto dal valore contemporaneo della corrente, ma anche dai valori di questa negli istanti precedenti; in corrispondenza ad un determinato valore della corrente, si ha un valore maggiore o minore della tensione ai poli dell'arco, secondo che la corrente è crescente o decrescente; l'arco presenta cioè isteresi.

Tenendo presenti queste considerazioni, possiamo renderci conto di alcune delle modificazioni osservate nella caratteristica dell'arco cantante, al variare delle condizioni di esperienza.

Per una stessa forma, una stessa ampiezza ed uno stesso periodo della corrente i_1 è evidente che le variazioni di intensità di quest'ultima possono tanto più prontamente e meglio essere seguite dalle corrispondenti variazioni della sezione dell'arco e della quantità di calore posseduta in ogni istante da quest'ultimo (quindi dalle corrispondenti variazioni della tensione V), quanto minore è la distanza dei carboni. Si comprende perciò perchè l'isteresi sia affatto trascurabile nelle caratteristiche riprodotte dalle figure 2 e 3 e cominci ad avvertirsi in quelle riprodotte dalle figure 5 e 6; perchè manchi nella figura 4 e sia invece sensibile nelle figure 7, 8, 9.

Come è noto, quanto minore è L, tanto più difficilmente si ottiene per l'arco cantante il regime sinusoidale; con induttanza molto piccola il solo regime possibile è quello tronco-sinusoidale. In tale regime, al diminuire di L, diminuisce la frazione di periodo durante la quale l'arco è acceso ed aumenta l'ampiezza massima della corrente i_1. Nella frazione di periodo in cui l'arco è spento, i carboni e il gas fra essi interposto si raffreddano; quanto maggiore è questo raffreddamento, quanto più rapidamente cresce i_1 e quanto più sono distanti i carboni, tanto minori diventano la quantità di calore posseduta dall'arco e la sezione di esso, in corrispondenza ai diversi valori dell'intensità i_1, mentre questa aumenta.

Si comprende perciò perchè, per L molto piccola, ai diversi valori di i_1 crescente corrispondano valori di V più elevati di quelli che si hanno per L più grande (a parità delle altre condizioni). Si comprende pure perchè, posta nel circuito derivato la bobina di autoinduzione trascurabile, il tratto della caratteristica corrispondente ad i_1 crescente si sposti verso la regione delle tensioni più alte, quando si allontanino i carboni e quando si diminuisca i_0 (Diminuendo i_0, aumenta l'intervallo di tempo durante il quale l'arco è spento, aumenta quindi il raffreddamento di quest'ultimo). Quando i_1 comincia a decrescere, i suoi valori antecedenti hanno già determinato un aumento della quantità di calore e della sezione che l'arco aveva nei primi istanti della scarica. L'influenza dei valori antecedenti di i_1 s'indebolisce ben poco

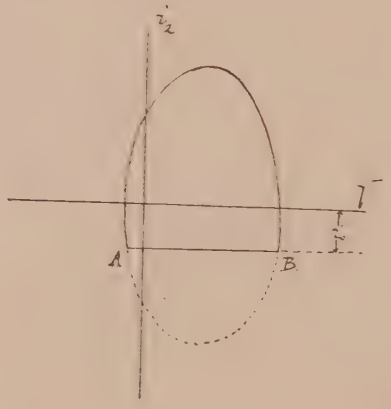


Fig. 16.

nel brevissimo intervallo di tempo durante il quale i_1 decresce; perciò in tale intervallo la tensione V continua a diminuire.

Se, conservando piccola l'induttanza del circuito derivato, si diminuisce la capacità, diminuiscono tanto l'ampiezza massima della corrente i_1, quanto l'intervallo di tempo durante il quale si ha $i_1 > 0$; la velocità con cui varia la corrente nell'arco si mantiene perciò molto grande e l'isteresi si mantiene notevole.

Termineremo questo paragrafo facendo qualche osservazione sulla legge secondo cui varia la tensione ai poli dell'arco cantante nel regime tronco-sinusoidale. Per maggiore chiarezza è bene aver presente la caratteristica del condensatore inserito nel circuito derivato. Tale caratteristica, nel regime tronco-sinusoidale, ha la forma di una ellisse troncata, col centro sul semiasse positivo $i_2 = 0$, come indica la figura 16 (se lo smorzamento è forte, l'ellisse è un po' schiacciata dalla parte delle tensioni minori).

Detta W la differenza di potenziale tra l'armatura del condensatore collegata al polo positivo dell'arco e l'altra armatura, tra V, W e la tensione agli estremi della bobina d'induttanza L passa la relazione

$$V = W - L\frac{di_2}{dt}.$$

Nella frazione di periodo durante la quale l'arco è spento, durante la quale si ha cioè $i_2 = -i_0$, la differenza di potenziale V fra i poli dell'arco e quella W tra le armature del condensatore coincidono, poichè si ha $L\frac{di_2}{dt} = 0$ (1); V e W aumentano fino ad acquistare un valore che determina la riaccensione dell'arco (La riaccensione corrisponde all'estremo di destra del tratto rettilineo orizzontale della figura 16 e delle caratteristiche, relative al regime tronco-sinusoidale, riprodotte nel paragrafo precedente).

Appena l'arco si accende, la tensione ai suoi poli, come è noto, si abbassa bruscamente. La tensione $-L\frac{di_2}{dt}$, agli estremi della bobina d'induttanza L, ha segno negativo o positivo a seconda che i_1 è crescente o decrescente; perciò nel primo caso si ha $V < W$, nel secondo $V > W$. In corrispondenza al valore massimo di i_1 si ha $V = W$. Appena i_1 si annulla, si annulla pure $L\frac{di_2}{dt}$; quindi la tensione V passa bruscamente dal valore che aveva raggiunto variando con continuità, al valore che la tensione W ha in quell'istante (cioè al valore corrispondente al punto A della figura 16). Così, per es., nel caso corrispondente alla figura 2, nel quale manca l'isteresi, la tensione V, che al diminuire di i_1 cresce fino a riassumere il valore massimo corrispondente all'inizio della scarica, salta istantaneamente da questo valore massimo al valore minimo, appena i_1 si annulla.

Se si fa crescere i_0, lasciando inalterate le altre condizioni, è evidente che il tratto rettilineo orizzontale della figura 16 deve diventare più corto e la figura stessa più simmetrica rispetto all'asse $i_2 = 0$; si spiega perciò senz'altro la modificazione osservata, al crescere di i_0, nelle caratteristiche dell'arco cantante corrispondenti al regime tronco-sinusoidale.

Riteniamo che la caratteristica riprodotta nella figura 4, per quanto corrisponda ad una forma di corrente sensibilmente sinusoidale, si riferisca anch'essa, come le figure 2 e 3, ad un regime tronco-sinusoidale. Altrimenti non potrebbe spiegarsi la presenza del piccolo tratto orizzontale corrispondente al valore minimo di i_1.

(1) Corbino, loc. cit.

5. Come si è visto, al diminuire dell'induttanza L del circuito derivato, al diminuire di i_0 e al crescere della distanza dei carboni, la caratteristica dell'arco cantante si allarga nella parte che corrisponde ad $i_1 > 0$ e il tratto di essa che corrisponde ad i_1 crescente si sposta verso la regione delle tensioni più alte.

Nel precedente paragrafo abbiamo spiegato queste modificazioni della caratteristica tenendo conto dell'isteresi dell'arco; le interpreteremo ora dal punto di vista energetico.

La seconda delle modificazioni della caratteristica sopra ricordate ci dice che, al diminuire di L, al diminuire di i_0 e al crescere della lunghezza dell'arco, aumenta il valore della potenza i_1 V corrispondente ad un dato valore della corrente i_1, nella frazione di periodo in cui quest'ultima aumenta. Un aumento anche maggiore subisce la potenza specifica (cioè la potenza spesa, in ogni istante, nell'unità di volume della massa gassosa interessata alla scarica) perchè, come già si è detto nel precedente paragrafo, quanto più piccole sono L e i_0 e quanto maggiore è la distanza dei carboni, tanto più sottile è l'arco, per uno stesso valore di i_1 crescente.

Dalle caratteristiche ottenute ponendo nel circuito derivato la piccola bobina costituita da due spire di filo da campanelli, si vede che, per valori non troppo piccoli dell'intensità di corrente i_1, l'accrescimento di quest'ultima si effettua più rapidamente che non la diminuzione della tensione V. Dunque, se L è piccola, al crescere di i_1 aumenta il valore di i_1V; la potenza specifica può perciò assumere valori elevati, anche in corrispondenza ai massimi valori di i_1 crescente (valori tanto più grandi, quanto minori sono L e i_0 e quanto maggiore è la distanza dei carboni), nonostante l'aumento della sezione dell'arco che accompagna l'aumento di i_1.

L'allargamento che, nel regime tronco-sinusoidale, si verifica nella caratteristica, contemporaneamente allo spostamento del tratto calante di quest'ultima verso la regione delle tensioni maggiori, ci dice che le condizioni che favoriscono tale spostamento rendono più rilevante la differenza fra due valori di i_1V corrispondenti, nel ramo ascendente e nel ramo discendente della caratteristica, ad uno stesso valore di i_1.

Anche più notevolmente aumenta la differenza fra due valori della potenza specifica corrispondenti, in uno stesso periodo, ad un medesimo valore di i_1, poichè, al diminuire di L e di i_0 e al crescere della distanza dei carboni, aumenta anche la differenza fra le sezioni dell'arco corrispondenti, nel ramo ascendente e nel ramo discendente della caratteristica, ad uno stesso valore di i_1.

Come già si è ricordato nel primo paragrafo, La Rosa ha potuto osservare una trasformazione graduale dello spettro d'arco in spettro di scintilla, sia facendo diminuire nel dispositivo di Duddel l'induttanza L, mentre la capacità restava grande, sia facendo crescere la capacità da 1 a 20 microfarad, mentre l'induttanza L era trascurabile.

La Rosa ha osservato che, contemporaneamente alla detta trasformazione, si aveva un aumento graduale della potenza media spesa nell'arco nella frazione di periodo in cui i_1 non era nulla; egli ha affacciata l'ipotesi che la natura dello spettro sia determinata dalla potenza specifica media spesa nell'arco nella frazione di periodo in cui esso è acceso.

Ludewig [1] ha potuto osservare un'analoga trasformazione dello spettro dell'arco cantante, facendo diminuire i_0; egli dalle sue esperienze è stato indotto ad ammettere che la detta trasformazione si verifichi tutte le volte che si favoriscano le condizioni che determinano un aumento del rapporto tra la frazione di periodo in cui l'arco è spento e la frazione di periodo in cui è acceso (l'allontanamento dei carboni è appunto una di queste condizioni).

I risultati sperimentali da noi ottenuti, per quanto precedentemente si è detto, rendono assai verosimile l'ipotesi che, quando l'arco cantante nel regime tronco-sinusoidale dà uno spettro di alta eccitazione (o spettro di scintilla), l'emissione di questo sia determinata dalla grande potenza specifica introdotta nell'arco nella frazione di periodo in cui i_1 cresce.

Se con piccola capacità, riducendo l'induttanza L, non si ottiene la trasformazione dello spettro d'arco in spettro di scintilla, ciò avviene probabilmente perchè, a causa della piccola ampiezza che i_1 ha sempre in queste condizioni, la potenza specifica non può raggiungere in nessun istante, valori abbastanza elevati.

Ludewig ha stabilito le seguenti condizioni per la presenza, nello spettro dell'arco, di righe di alta eccitazione:

1) queste righe si presentano quando la corrente nell'arco consiste in improvvisi schizzi, separati da intervalli sufficientemente lunghi;

2) la durata degli schizzi di corrente deve essere minore di 10^{-4} secondi.

La prima di queste condizioni è perfettamente d'accordo con quanto precedentemente si è detto; infatti, quanto maggiori sono gli intervalli durante i quali la corrente è nulla, tanto più sottile è l'arco all'inizio della scarica e quindi tanto maggiore è la potenza specifica.

Le considerazioni precedentemente fatte ci inducono a sostituire alla seconda condizione di Ludewig (che precisa troppo, nel senso quantitativo, l'influenza di un elemento, mentre è perfino discutibile se tale influenza esista), la condizione che, all'inizio della scarica, l'intensità di corrente cresca con rapidità sufficientemente grande.

Entrambe queste condizioni, in ultima analisi, rientrano nella legge generica della grande potenza specifica.

[1] Annalen der Physik., 1913, XLII, pag. 643.

6. I risultati sperimentali ottenuti ci permettono anche di rispondere alle domande che ci siamo poste alla fine del primo paragrafo.

Se si osservano, per es., le figure 5. 10, 12. corrispondenti tutte ad una capacità di 20 microfarad, si vede che la caratteristica dell'arco cantante relativa al regime tronco-sinusoidale, al diminuire dell'induttanza L del circuito derivato. resta sempre dello stesso tipo, solo la parte di essa che corrisponde ad $i_1 > 0$ si allarga e il tratto che corrisponde ad i_1 crescente si sposta verso la regione delle tensioni più alte.

La trasformazione graduale della caratteristica. corrispondente alla trasformazione graduale spettrografica osservata da La Rosa, è mostrata anche meglio dalle figure 12, 13, 14 e 15. corrispondenti tutte ad uno stesso valore, assai piccolo, di L ed a valori diversi della capacità. (Poichè le variazioni della capacità potevano effettuarsi molto rapidamente, si poteva ottenere che tutte le altre condizioni restassero invariate). Queste caratteristiche sono affatto simili; esse non differiscono che per l'ampiezza massima di i_1.

Quando nel circuito derivato erano inserite la più piccola delle bobine da noi adoperate e una capacità di 20 microfarad, abbiamo potuto osservare, per mezzo di uno spettroscopio Hilgher, che apparivano nello spettro dell'arco le righe di alta eccitazione, tosto che si allontanavano alquanto i carboni, o si diminuiva la corrente principale i_0. L'apparizione di queste righe non era accompagnata da un cambiamento essenziale della caratteristica; in questa si osservavano solo le seguenti modificazioni: un aumento dell'ampiezza massima della corrente i_1 e quindi un indebolimento della luminosità della porzione di caratteristica corrispondente ad $i_1 > 0$; un piccolo spostamento del tratto di caratteristica corrispondente ad i_1 crescente verso la regione delle tensioni maggiori.

Basandoci su tali risultati, possiamo asserire che, quando si facciano variare le costanti elettriche nel dispositivo di Duddel, in modo da ottenere, secondo le ricerche di La Rosa, una trasformazione graduale dello spettro d'arco in spettro di scintilla, si verifica pure una trasformazione graduale della caratteristica dell'arco; si deve quindi ammettere che anche il processo elettrico, completamente individuato dalla caratteristica, si trasformi gradualmente.

Poichè, nel fenomeno elettrico dell'arco cantante, a due forme di scarica nelle quali si ha rispettivamente l'emissione di un spettro d'arco o di uno spettro di scintilla, possono corrispondere due caratteristiche aventi perfettamente lo stesso tipo, non si può ammettere che nei due casi si tratti di processi del tutto distinti; si deve invece ammettere, con La Rosa, che le due forme di scarica costituiscano due gradazioni di uno stesso processo.

Geofisica. — *Rilevamenti di anomalie magnetiche nei dintorni di Roma.* II: *Osservazioni sulle variazioni col tempo di alcune anomalie.* Nota di A. Palagi, presentata dal Socio E. Millosevich.

1. — Anche le variazioni col tempo di alcune tra le più notevoli anomalie della via Appia antica furono oggetto di studio da parte mia.

Per questo mi attenni al sistema di ripetere parecchie volte le misure in certi punti (determinati con precisione) in giornate diverse nel periodo febbraio-aprile 1916, ed ancora più volte nello stesso giorno, avendo solo cura in generale di cogliere i momenti in cui le variazioni col tempo degli elementi magnetici terrestri fossero da ritenersi non troppo rapide. Orbene i risultati ottenuti provano, a parer mio, con sufficiente evidenza che le variazioni nei valori delle anomalie, quali si possono riscontrare da un giorno all'altro, non sono molto notevoli; e così da un mese all'altro (1).

Ecco invero alcune delle variazioni più caratteristiche trovate:

(1) Ciò conferma che esse nen potrebbero, in via generale, ostacolare gran che il lievo magnetico complessivo di zone anche abbastanza estese della regione Laziale, quand'esso fosse tentato con apparecchi opportuni a seconda dei casi, ma tutti di rapido uso, e contemporaneamente diversi osservatori procedessero alle misure con unità di metodo in varie direzioni divergenti dallo stesso centro.

Tabella II.

Variazioni col tempo di alcune anomalie della via Appia antica, espresse per mezzo delle semidifferenze $\frac{n'-n}{2}$ = *parti di scala (corrispondenti a decimi di mm.) lette sull'apparecchio Kohlrausch.*

DATA	Punti 21	22	23	25	26	51	74	75	76	77	78	81	82	88	89
30. Gennaio 1916 . . .	..	..	..	..	..	..	..	..	− 41	− 47	+ 37	+ 20	+ 4	..	.
2. Febbraio	..	..	..	..	..	..	..	..	− 39	− 55	+ 39	+ 26	+ 5	..	..
3. »	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	+ 60	+ 90
5. »	..	..	..	..	..	..	− 148	− 39	..	..	..	..	..	..	..
6. »	..	..	..	..	..	..	− 150	− 32	− 35	..	..	..	..	..	..
19. »	..	..	..	..	..	− 85	..	..	..	..	..	..	..	..	..
10. Marzo	+ 357	+ 269	+ 253	+ 200	+ 135	..	..	..	..	..	..	..	..	..	.
14. »	..	..	..	+ 210	+ 137	.	..	..	..	..	..	..	..	..	.
18. »	+ 357	+ 291	+ 260	+ 214	+ 139	..	..	..	..	..	..	..	.	..	.
19. »	..	..	..	..	..	− 73	..	.	− 34	54	+ 44	+ 18	+ 6	..	..
20. »	..	..	.	..	..	..	..	..	..	..	.	..	..	+ 67	+ 91
Medie . . .	+ 357	+ 280	+ 257	+ 208	+ 137	− 79	− 149	− 36	− 37	− 52	+ 41 (1)	+ 21	+ 5	+ 64	+ 92

NB. In alcuni punti, come, p. es., nel punto 76 le misure furono controllate anche con le oscillazioni approfittando degli istanti di maggiore quiete su quella via deserta.

(1) Essendo un po' incerto il valore trovato il 30 gennaio, fu fatta la media tra esso e quello del 2 febbraio, indi la media tra il risultato ed il valore del 19 marzo, il che dà 41 in luogo di 40, come si avrebbe facendo la media di tutti e tre i valori della colonna, non considerandone il differente peso.

Osservazioni al quadro:

1ª) Dalla tabella risulta, in generale, anche un lieve aumento nei valori del rapporto $\frac{H_2 - H_1}{H_1}$ dal gennaio al marzo, il che starebbe ad indicare che l'onda termica invernale può aver aumentato di qualche poco il momento magnetico delle roccie anomale e quindi anche il valore algebrico apparente delle anomalie stesse, nella suddetta epoca;

2ª) Si è osservato inoltre che, facendo delle serie di misure per intere giornate in punti fissi, il rapporto stesso andava decrescendo verso il mezzodì e crescendo verso sera; e ciò potrebbe indicare che anche l'onda termica diurna esercita la sua influenza sulle roccie del sottosuolo, ed in modo abbastanza sensibile.

2. — Molteplici misure di confronto con i due metodi di deviazione e di oscillazione furono da me fatte sui terreni della Farnesina e della villa Crescimbene (ora Spalletti-Rusconi), nei quali già nel 1911 e 1913 fecero misure assolute i magnetologi americani Sligh e Wallis della C. I. W. Ora, mentre i valori da me ottenuti per ciascuna località coi due apparecchi erano tra loro bene concordanti in generale, per contro i valori medi corrispondenti alle due località differivano sempre di qualche poco, indicando che il grande campo magnetico particolare del territorio vulcanico romano facevasi risentire con lieve anomalia anche su cotesti terreni apparentemente privi di ogni roccia magnetica: il che darebbe, in qualche modo, ragione del disaccordo più volte lamentato dai varî sperimentatori che in epoche diverse si proposero di stabilire i valori normali del magnetismo terrestre per Roma (1). Tuttavia se si cerca, per quanto è possibile, d'eliminare le influenze esterne, specialmente col fare parecchie serie di osservazioni in varie giornate e nelle ore di maggiore tranquillità del campo terrestre, si trova che le suddette differenze si riducono in media ad un valore minimo abbastanza piccolo per dar modo di ricavarne con sufficiente esattezza il reale valore medio normale del campo magnetico alla latitudine e longitudine di Roma. Basandomi, infatti, per la riduzione secolare sui dati più recenti forniti dagli osservatorii di Potsdam (2) e di Kew (3), ho trovato che tra il valore di H asse-

(1) P. Denza, *La inclinazione magnetica a Roma* (Atti Acc. Pont. Nuovi Lincei, XLIII, 1889); *Sulla declinazione magnetica in Roma* (Mem. Acc. Pont. Nuovi Lincei, vol. VI, pag. 251, 1890).

(2) A. Nippoldt, *Erdmagnetismus, Erdstrom und Polarlicht*, 2ª Auflage, s. 62 (Sammlung Göschen; Berlin, 1912).

(3) C. Chree, *Secular Change in the British Isles 1892-1913* (Terr. Mag., March, 1915, pag. 49). La variazione secolare in H sarebbe in questi ultimi anni così piccola da potersi ritenere trascurabile. — Si noti che le variazioni secolari dedotte dai dati degli osservatorii inglesi e riportate dal Chree (e così quelle che si deducono dagli osservatorii tedeschi) differiscono tra loro sempre di qualche poco, malgrado che le misure siano fornite dagli stessi apparecchi; e ciò potrebbe bene anche attribuirsi alla tenue influenza locale del terreno sul quale essi sono posti, influenza difficilmente eliminabile fintantochè non sia stabilito bene il grado di anomalia che ciascuna presenta di per sè.

gnato dal Wallis per la villa Crescimbene e quello da me riscontrato sulla Farnesina, verrebbe proprio a cadere il valore stesso (fatta la debita riduzione) quale fu stabilito nell'ottobre 1905 dal Palazzo [1] pel podere della Scuola Agraria (fuori di porta S. Pancrazio), essendo essi:

Villa Crescimbene . . .	(Wallis)	H = 0,23458
Podere Scuola Agraria . .	(Palazzo)	H = 0,23447
Collina della Farnesina .	(Palagi)	H = 0,23441,

essendo tutti e tre ridotti all'epoca 1916.2, il che prova l'attendibilità dei valori dai suddetti Autori determinati per Roma.

Mi è grato infine esprimere al chiarissimo prof. L. Palazzo tutta la mia gratitudine per i mezzi ed i consigli preziosi largitimi durante l'esecuzione del mio lavoro.

Chimica. — *Alcuni prodotti dell'azione della formaldeide e bisolfito su amine aromatiche e derivati dei medesimi.* Nota I del dott. Roberto Lepetit, presentata dal Socio A. Angeli.

Le prime pubblicazioni sulle sostanze che si formano per l'azione del bisolfito e aldeidi su amine aromatiche, sono quelle di Schiff, il quale [2] ottenne combinazioni definite facendo agire, sia delle amine sui così detti corpi di Bertagnini (prodotti di addizione di bisolfiti alcalini con aldeidi), sia dei bisolfiti sulle così dette basi di Schiff. Lo Schiff si limitò a segnalare la formazione di tali composti, a carattere di sali, attribuendo loro la formola generale $Ar—NH—CHR—SO_3—Me^1$, dove Ar rappresenta un radicale aromatico, R il radicale aromatico o alifatico di un aldeide, senza peraltro indagarne il comportamento chimico.

Parecchi autori si occuparono di questi composti d'addizione, fra essi particolarmente Eibner [3], il quale per il primo discusse varie formole di struttura più o meno plausibili, sulle quali sarebbe troppo lungo soffermarsi, ma neppure Eibner si occupò del loro modo di comportarsi di fronte a reagenti chimici.

Tali composti vennero designati sotto varî nomi; per es. amidometansolfonati, amidometil solfonati o solfiti; la denominazione prevalente è quella di amidometansolfonati, che userò in seguito, per es. fenilamidometansolfonato sodico per il composto anilina-formaldeide bisolfito.

[1] L. Palazzo, *Magnetic Elements determined at Tripoli, Barbary* (Terr. Mag., vol. XI, June 1906, pag. 96).

[2] Annalen, 140, 127 (1866).

[3] Annalen, 315 (1889)?

A proposito del loro comportamento chimico, nel 1904 Knoevenhagel [1] pubblicò l'interessante reazione dello scambio del gruppo terminale SO_3H, col gruppo CN, mediante trattamento con KCN, reazione per cui la Badische Anilin & Sodafabrik chiese un primo brevetto nel 1901, secondo il quale si ottengono dagli amidometansolfonati con facilità i nitrili delle relative glicine. Coi suoi allievi Knoevenhagel l'applicò ai derivati bisolfito formaldeici di amine primarie e secondarie, variando anche l'aldeide. Infine Bucherer e Schwalbe [2] dopo una polemica di priorità con Knoevenhagel ne completarono i lavori estendendoli ad altri composti.

Tengo però a rivendicare qui la priorità della reazione dei cianuri sugli amidometansolfonati da amine primarie da me descritta in un piego suggellato sin dal marzo 1900 [3]. Aggiungerò che a quell'epoca erà già sottoposto a ricerche farmacologiche sotto il nome di nevralteina, il derivato della formaldeide bisolfito e parafenetidina da me preparato fin dal 1899 e che solo nel 1913 apparve in commercio una sostanza del tutto analoga: la melubrina della Casa Meister Lucius, derivata dall'amidoantipirina, formaldeide e bisolfito, quindi copia ed imitazione della nevralteina.

Scopo della presente Nota è, oltre alla descrizione di alcuni derivati non ancora noti dell'acido fenilaminometansolfonico, di completare e di rettificare alcuni dati della letteratura e di riferire più specialmente intorno al comportamento della nevralteina.

Nevralteina, paraetossifenilamidometansolfonato sodico

$$C_2\overset{(1)}{H_5}O \cdot C_6H_4 \cdot \overset{(4)}{N}H—CH_2SO_3Na \cdot H_2O \; (C_9H_{12}NO_4SNa \cdot H_1O)$$

Preparata da me fino dal 1899 facendo agire bisolfito sodico sur un miscuglio di una molecola di formaldeide e di parafenetidina in soluzione acquosa alcoolica a 75-80° C. La massa che si depone col raffreddamento viene ricristallizzata due volte da alcool diluito ed è senz'altro pura: rendimento 90 % della teoria.

I cristalli perdono acqua col riscaldamento diventando opachi; venne quindi determinata l'acqua di cristallizzazione.

Sostanza gr. 1,5861 diedero acqua gr. 0,1067; sostanza gr. 1,4322 diedero acqua gr. 0,0946.

	Acqua
Trovato	6,73 % . 6.61 %
Calcolato per $C_9H_{14}NO_5SNa$	6,64 %

[1] Berichte der deutschen chem. Ges., 37, pag. 4073.

[2] Berichte der deutchen chem. Ges., 39, pag. 2796.

[3] Bulletin de la Soc. Ind. de Mulhouse, nov. 1905, pag. 379, extrait du pli cacheté, n. 1170 déposé le 6 mars 1900 par M. Roberto Lepetit.

Il paraetossifenilamidosolfonato sodico è molto solubile nell'acqua bollente che ne scioglie circa 90 parti in cento, molto meno in acqua fredda (circa il 10 %) poco solubile in alcool, insolubile in etere, benzolo, cloroformio.

Esso si decompone verso 150° C. ingiallendo, emettendo vapori d'acqua con anidride solforosa e vapori d'odore aromatico. L'aggiunta di poco acido cloridrico a freddo a soluzioni anche diluite precipita

L'acido p-etossifenilamidometansolfonico

$(C_2H_5O \cdot C_6H_4 \cdot NH—CH_2—SO_3H)$

in aghetti bianchi splendenti di sapore acidulo dapprima e poi intensamente dolce, poco solubili nell'acqua, più solubili in alcool, quasi insolubili in etere, cloroformio; facilmente decomponibili col riscaldamento anche già a 70-75° C. con emissione di anidride solforosa; fonde a 146° C. decomponendosi e colorandosi in giallo. Dalla massa di fusione isolai, con un rendimento molto scarso, una sostanza in aghi gialli (dal benzolo) fusibile a 192° C. (Vedi oltre).

Aggiungendo ad una soluzione acquosa alcoolica di acido p-etossifenilamidometansolfonico una soluzione di una quantità equivalente in alcool di una base aromatica, si ottengono precipitati cristallini di composti che si possono considerare come etossifenilamidometansolfonati delle basi rispettive, generalmente molto poco solubili in acqua. Tali composti si ottengono pure per doppia decomposizione di una soluzione di nevralteina con soluzione di un sale di una base.

Il prodotto ottenuto con cloridrato di fenetidina e nevralteina in soluzione acquosa corrisponde alla formola:

$$C_2H_5O \cdot C_6H_4 + NH \cdot CH_2 \cdot SOH_3 \cdot C_6H_4 \cdot \begin{matrix} NH_2 \\ OC_2H_5 \end{matrix} \quad (p)$$

e cioè un p-etossifenilamidometansolfonato di fenetidina, il che è confermato dai risultati analitici seguenti:

gr. 0,3205 diedero 0,1977 di $BaSO_4$ da cui risulta

	Zolfo
trovato	8,47 %
calcolato per $C_{17}H_{24}O_5N_2S$	8,68 %

Il comportamento del paraetossifenilamidometansolfonato di fenetidina, anilina, toluidina, anisidina ecc., con alcali e acidi diluiti lasciava il dubbio che tali sostanze non fossero semplicemente etossifenilamidometansolfonati delle rispettive basi: provai quindi a ricuperare la nevralteina da 3 gr. di paraetossifenilamidometansolfonato di fenetidina sciogliendoli in alcool asso-

luto e trattandoli con gr. 0,17 di sodio sciolto in 30 gr. di alcool ed ottenni gr. 1,8 (anzichè gr. 2 richiesti dalla teoria) di una sostanza identificata con nevralteina anidra per i caratteri fisici e chimici e mediante una determinazione di zolfo. L'analisi diede per gr. 0,3181 di sostanza gr. 0,2848 di $BaSO_4$

	Zolfo
corrispondenti a	12,33 %
calcolato per $C_9H_{12}O_4N_5Na$	12,21 %

Si ricupera quindi semplicemente la nevralteina corrispondente all'acido etossifenilamidonetansolfonico.

Il prodotto cristallizza dall'acqua in lamelline bianche lucenti poco solubili in acqua, più solubili in alcool e fonde, decomponendosi a 137° C., colorandosi intensamente in giallo.

Sostanza gialla ($C_{18}H_{18}N_2O_2S$) p. f. 192-193° C.

Si ottiene, riscaldando per un'ora circa, l'etossifenilamidometansolfonato di fenetidina a 150-160° C.; la massa fusa assume gradatamente un colore giallo sempre più intenso ed una consistenza più densa emettendo vapore d'acqua, anidride solforosa e vapori di fenetidina e di metilfenetidina. La massa polverizzata viene estratta ripetutamente con acqua calda, poi con acqua acidulata con HCl ed il residuo cristallizzato dal benzolo, il quale abbandona col raffreddamento una massa di bellissimi aghi di colore giallo limone di carattere inerte, insolubili nell'acqua, negli acidi, negli alcali, pochissimo solubili in alcool, abbastanza solubili in benzolo bollente e che fondono a 192-193° C. Continuando a riscaldare più forte si ha decomposizione e svolgimento di idrogeno solforato. Questa sostanza è identica con quella ottenuta con scarso rendimento dell'acido nevralteinico già citata.

Analisi:

gr. 0,2161 di sostanza diedero gr. 0,1591 di $BaSO_4$; gr. 0,2013 di sostanza diedero 16 cc. di N, T 27° e h 756 mm.; gr. 0,2084 di sostanza diedero 16,38 cc. di N, T 27° e h 758 mm.

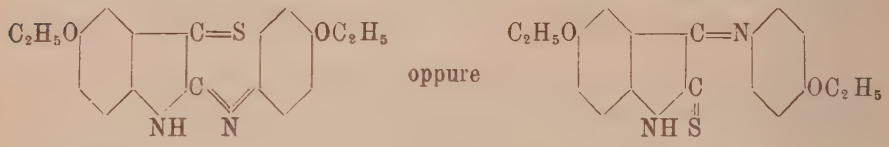
	Zolfo	Azoto
Trovato	10,1 %	8,88-8,80 %
calcolato per $C_{18}H_{18}N_2O_2S$	10,14 %	8.86 %

Si può esprimere la formazione di questa sostanza dall'acido p-etossifenilamidometansolfonico con la reazione seguente:

$$2\,C_9H_{13}O_4NS = C_8H_{18}N_2O_2S_4 + H_2O + SO_2$$

La formola $C_{18}H_{18}N_2O_2S$ non è basata solo sui risultati analitici sovracitati, bensì su considerazioni derivate dall'analisi di un composto analogo ossigenato che verrà descritto in un'altra Nota.

Alcune prove per chiarire la costituzione del composto solforato non diedero in modo diretto risultati soddisfacenti e furono abbandonate per dare la precedenza a ricerche su altri derivati della nevralteina. Ritengo tuttavia che si potrebbe, e ciò in base ad altre ricerche che verranno presto pubblicate, attribuire al composto giallo solforato una formola del tipo



e siano similmente costituiti i composti analoghi, pure colorati in giallo, derivanti dalla paratoluidina e dalla paranisidina ecc., rappresentanti di una classe di sostanze che si potrebbe convenire di denominare (tioindamidine) per ricordare in qualche modo costituenti e gruppi; nel caso presente il composto derivato dalla nevralteina si potrebbe chiamare brevemente para-fenetidina-tioindamidin-para fenetidina.

È in ogni modo interessante la formazione di tali composti dai fenil-amidometansolfonati e la fissazione nella molecola di zolfo, proveniente unicamente da radicali SO_3H, mediante riscaldamento a temperatura relativamente poco elevata.

Prima di riferire sull'azione di reagenti sulla nevralteina, descriverò alcuni omologhi da me preparati ed ancora inediti:

para metossifenilamidometansolfonato di sodio

$CH_3O—C_6H_4—NH—CH_2—SO_3Na \cdot H_2O$

Si ottiene analogamente alla nevralteina suddescritta dalla para anisidina, formaldeide e bisolfito; cristallizza dall'acqua in lamelle bianche splendenti. è sensibilmente più solubile del composto corrispondente della p-fenetidina. L'analisi diede i risultati seguenti:

Sostanza gr. 0,5000 diedero acqua gr. 0,0375; sostanza gr. 0,2036 diedero cc. 10,0 di N, T 23° C., h 748 mm.

	Acqua	Azoto
Trovato	7,5 %	5,57 %
Calcolato per $C_8H_{10}O_3NSNa \cdot H_2O$	7 %	5,45 %

Para clorofenilamidometansolfonato di sodio

p. $Cl \cdot C_6H_4—NH—CH_2—SO_3Na \cdot H_2O$

Si ottiene come i precedenti. Squamette bianche lucenti talcose al tatto, solubilità minore di quella della nevralteina. — Analisi:

Sostanza gr. 5,005 diedero gr. 0,0353 d'acqua; sostanza gr. 0,1909 diedero cc. 9,8 di N, T 24° C., h 748 mm.

	Acqua	Azoto
Trovato	7,05 %	5,80 %
Calcolato per $C_7H_7O_3NClSNa . H_2O$	6,88 %	5,75 %

p. metilfenilamidometansolfonato di sodio

$CH_3—C_6H_4—NH—CH_2—SO_3Na . H_2O$

Questo prodotto fu già preparato da Bucherer e Schawlbe, ma questi autori analizzarono sempre i prodotti essiccati nella stufa e non segnalano quindi acqua di cristallizzazione. Come per i composti precedenti, è di una molecola. — L'analisi fornì per:

Sostanza gr. 1,4087, acqua gr. 0,1073; sostanza gr. 0,1420 : cc. 7,2 N a 22° e 756 mm.

	Acqua	Azoto
Trovato	7,62 %	5,83 %
Calcolato per $C_8H_{10}O_2NS = NaH_2O$	7,47 %	5,80 %

Controllato anche il derivato amidometansolfonato sodico dell'anilina, trovai 8,05 d'acqua (calcolato 7,9 % per una molecola). Si può quindi affermare che i fenilamidometansolfonati di sodio preparati da Bucherer e Knövenhagel da varie amine come ortoluidina, xilidina, ortoanisidina, $\alpha\beta$-naftilamina, ortocloranilina, benchè gli autori non accennino alla presenza di acqua di cristallizzazione, la contengono realmente, dato che la formaldeide e il bisolfito sono adoperati in soluzione acquosa.

para acetilamidofenilamidometansolfonato di sodio

$C_2H_3O—NH—C_6H_4—NH—CH_2—SO_3Na$

Si ottiene analogamente ai composti già descritti con paramidoacetilanilide, formaldeide e bisolfito, senonchè occorre concentrare la soluzione a piccolo volume per isolare il prodotto, dato la sua grande solubilità anche in acqua fredda. Cristalli binchi lucenti, molto solubili anche in acqua fredda, facilmente solubili in alcool. Il p-acetilamidofenilamidometansolfonato sodico cristallizzato dall'acqua non ne contiene. Una determinazione d'azoto diede:

Sostanza gr. 0,1998, cc. 18,9 N_2 a 26° e 748 mm.

	Azoto
Trovato	10,62 %
Calcolato per $CH_{11}N_2O_4SNa$	10,52 %

L'acido libero fonde a 153-154° C. decomponendosi.

Azobenzolamidometansolfonato sodico.

$C_6H_5—N—N—C_6H_5 . NH—CH_2—SO_3Na . H_2O$

Si ottiene dall'amidoazobenzolo, formaldeide e bisolfito come per i composti precedenti. Cristallizza in pagliette lucenti di color arancio. è pochissimo solubile in acqua dando soluzioni d'un giallo intenso che l'aggiunta di acido fanno volgere al rosso precipitando subito in cristalli microscopici l'acido libero di colore rosso porporino.

L'analisi diede:

Sostanza gr. 0.7665, gr. 0,0452 d'acqua; sostanza gr. 0.1982, cc. 24.2 di azoto a 270 e 751 mm.

	Acqua	Azoto
Trovato	5,89 %	13.73 %
Calcolato	5.43 %	13,43 %

Anche questo composto, nonchè il composto analogo derivato dall'amidoazotoluolo del P. F. 100° a scopo di applicazione farmaceutica, si comportano col cianuro di potassio in modo normale dando i nitrili corrispondenti e questi danno l'amide e la tioamide, bellissimi composti i quali non furono per altro analizzati.

Zoologia. — *Sulla Crithidia inflata n. sp. parassita nel tubo digerente del Hygrotrechus najas. Struttura e ciclo di sviluppo.* Nota I di Anna Vivanti [1], presentata dal Socio Battista Grassi.

I flagellati appartenenti al genere *Crithidia* viventi come parassiti nel tubo digerente degli insetti, furono oggetto di molte ed interessanti ricerche. Le riassumerò brevemente a partire dal 1909, essendo stati i lavori precedenti già esaminati dalla signorina dott. Porter Annie. La signorina Porter (1909) descrive una *Crithidia* trovata come parassita nel tubo digerente, ovarî e feci del *Gerris paludum*, raccolto in parecchie località della Inghilterra. Constatò che tale *Crithidia* passa per i tre stadî di pre-flagellato, flagellato e post-flagellato, caratterizzati ognuno dalle variazioni morfologiche che assume il parassita per compiere il suo ciclo di sviluppo. Il flagellato è di forma allungata, con nucleo generalmente posteriore, talvolta laterale al blefaroblasto; il flagello aderisce al corpo mediante una sottile membrana ondulante, provvista di mionemi, e pare abbia origine dal cosi-

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di zoologia della R. Università di Pavia.

detto granulo basale situato tra il blefaroblasto e l'origine del flagello stesso. Il post-flagellato, prima di uscire dal retto, s'incista, e le cisti espulse con le feci servono poi alla infezione casuale di giovani larve. La moltiplicazione avviene per scissione longitudinale, che può essere simmetrica od asimmetrica, e nel pre-flagellato anche mediante la formazione di rosette. La signorina Porter ritiene tale *Crithidia* come un parassita caratteristico dei *Gerris*.

Mackinnon D. L. (1909) studiando la *Hystrichopsylla talpae* trova nella parte posteriore dell'intestino una *Crithidia*. Egli non riscontra alcuna forma che possa essere ritenuta come uno stadio di pre-flagellato, ne osserva invece parecchie allo stadio di flagellato, che si presentano sotto tre tipi diversi, e molte allo stadio di post-flagellato od incistate. L'autore, dato lo scarso materiale, non potè fare alcuna osservazione sul processo di coniugazione; egli ammette però che vi debbano esistere forme macro e microgametiche.

Più tardi la signorina Porter (1910) fece alcune ricerche sopra un'altra *Crithidia* vivente come parassita nel tubo alimentare, uova ed ovarî del *Melophagus ovinus*; ne seguì minutamente il ciclo di sviluppo studiandone in particolare la struttura. Come nella *Crithidia gerridis*, anche in questa essa nota la presenza di mionemi visibilissimi e molto ben marcati nella membrana ondulante, e di un granulo basale dal quale ha origine il flagello; essa aggiunge che talvolta il blefaroblasto è posteriore al nucleo, nel qual caso il flagello ha origine in una posizione prenucleare, e che non di rado la parte posteriore si è divisa prima della anteriore. Con le osservazioni a fresco potè accertare che l'infezione oltre che casuale, può essere anche ereditaria.

Rosenbusch F. (1910) vide una sola volta le *Crithidiae* incistate, le quali si muovevano rapidamente, rimanendo attaccate all'intestino col flagello. Si presentano sotto due aspetti:

1°) come forme allungate con protoplasma alveolare contenente nucleo posteriore e blefaroblasto anteriore. In queste notò talvolta: *a*) un filamento che dal blefaroblasto va al granulo basale dal quale parte il flagello che termina con un ingrossamento; *b*) un filamento centrale che partendo dal lato posteriore giunge sino al blefaroblasto dove si scinde in due parti e va a terminare nel granulo basale;

2°) come forme arrotondate od ovali con grosso nucleo, piccolo blefaroblasto e sottile flagello che sporge poco dal corpo.

L'autore dice che tali forme possono incistarsi, e che l'incistamento può avvenire in due modi differenti; aggiunge che mentre in una forma prevalgono blefaroblasto ed apparato flagellare, nell'altra è più appariscente il nucleo. Egli pensa che si tratti di gameti, e che si debba ritenere la prima forma di tipo maschile e la seconda di tipo femminile. Fa però semplicemente una ipotesi avendo egli vedute una sola volta le *Crithidiae* incistate.

La signorina Porter (1911) descrive il ciclo di sviluppo della *Crithidia pulicis* n. sp. trovata come endoparassita del *Pulex irritans*. Per lo studio

usa materiale raccolto dalla propria persona e nutrito col proprio sangue. Trova molti parassiti nel tubo digerente e nelle feci, ma non ne riscontra mai negli organi genitali nè nelle uova, ciò che le fa credere l'infezione casuale e non ereditaria. Ritiene la *Crithidia pulicis* come un vero parassita della pulce, e non come uno stadio nel ciclo evolutivo di qualche tripanosoma. A rafforzare tale opinione essa dice di non aver mai trovato alcun tripanosoma nel suo sangue, nè di essere stata mai affetta da alcuna malattia.

Swellengrebel N. H. (1911) studiando una *Crithidia* trovata nell'intestino della *Calliphora erythrocephala* potè constatare che essa presenta veri stadî di tripanosoma; forme cioè che, invece di avere il blefaroblasto anteriore al nucleo, lo hanno situato posteriormente. Nella *Crithidia* l'autore trova un granulo basale, ed osserva che nella divisione il nuovo flagello ha origine da una nuova radice flagellare, che si forma alla base del vecchio, e che i due nuclei figli prima di scindersi completamente rimangono uniti da una striscia di cromatina.

Hindle E. e Lewis R. C. (1912) pubblicano una breve Nota sopra la *Crithidia* del *Cletus varius*. I loro studî però non sono basati sulle osservazioni a fresco, ma sugli strisci. Essi trovano due forme di pre-flagellato, ma incerte; molte forme di flagellato con nucleo e blefaroblasto, ma prive di membrana ondulante. Notano in tali forme un « end-bead » che certamente corrisponde al granulo basale di altri autori, posto all'apice di un vacuolo situato di faccia al blefaroblasto, dal quale parte il flagello. Riscontrano una sola forma allo stadio di post-flagellato e qualche cisti con nucleo e blefaroblasto, ma senza « end-bead ». In base a queste poche osservazioni non hanno creduto di poter dare definizione sistematica.

Sulla *Crithidia* del *Melophagus* furono già fatte molte ricerche; ultimamente (1912) Chatton e Delanoë, riprendendone lo studio, fanno alcune osservazioni sul ciclo di sviluppo e sulla propagazione dell'infezione. Essi dicono che non riscontrarono mai stadî di tripanosoma, ma sempre forme con blefaroblasto anteriore al nucleo, e che non osservarono mai stadî evolutivi nè nelle uova nè nelle larve, ciò che li indusse a concludere che l'infezione non è ereditaria, ma avviene per ingestione.

Materiale e metodo.

Nella primavera dell'anno scorso 1915 io ho intrapreso una serie di ricerche per studiare i flagellati dei rincoti acquatici, non mai osservati in Italia. Dopo varie indagini su specie diverse, trovai che una specie appartenente al genere *Gerris*, appariva molto spesso infetta; feci allora raccogliere e talvolta raccolsi io stessa tali insetti, e le pesche incominciate in aprile terminarono verso la fine di giugno.

I *Gerris* usati per le mie ricerche furono pescati in gran parte in un ruscelletto detto « Carona » proveniente dal torrente di « San Genesio » che prende il nome dal paese che attraversa, che dista circa 6 km. da Pavia. Al « Carona » si giunge in mezz'ora di cammino circa dopo aver passata la cascina di « San Giuseppe », ed aver raggiunto quella più piccola della « Bordoncina ». La corrente del ruscello è abbastanza rapida; il « Carona » in qualche punto è molto stretto, ed in altri invece si allarga notevolmente; presenta però sempre un fondo basso e melmoso. Alle sponde è fiancheggiato da abbondante vegetazione, ed una fila di salici rende il suo corso ombroso nelle ore del mattino. La temperatura dell'acqua oscilla tra i 15° ed i 16° centigradi circa.

Altre volte invece furono raccolti in acque stagnanti che si trovano nelle vicinanze del Ticino, ma qualunque ne fosse la provenienza, sia da acque correnti, che da quelle stagnanti, i *Gerris* nei mesi caldi erano sempre infetti. Li osservai ogni volta accuratamente e li trovai sempre appartenenti alla sottospecie del *Hygrotrechus najas*.

Espongo nella seguente tabella i risultati delle mie osservazioni:

Data della pesca	Numero degli individui raccolti	Numero degli individui infetti
26 aprile 1915	80-100 (♀ e ♂)	4-5
3 maggio 1915	27 ♀	3 ♀
	35 ♂	5 ♂
10-16 maggio 1915	42 ♀	13 ♀
	49 ♂	13 ♂
31 maggio 1915	56 ♀	23 ♀
	47 ♂	17 ♂
27 giugno 1915	78 ♀	6 ♀
	79 ♂	8 ♂

Dando un semplice sguardo a questa tabella possiamo osservare che, mentre in aprile ed ai primi di maggio la percentuale degli individui infetti è piccolissima, aumenta a poco a poco fin verso la metà di maggio, raggiunge il massimo alla fine del mese stesso e diminuisce poi di molto in quello successivo.

Per le osservazioni spaccavo i *Gerris* dal lato ventrale con un bisturì per estrarre l'intestino, che mettevo in un vetro da orologio con qualche goccia di soluzione di cloruro di sodio al 0.9 %.

Se l'intestino era infetto, o lo includevo per sezionarlo, o lo schiacciavo cautamente per farne uscire il contenuto che, in parte mi serviva per gli strisci, ed in parte per le osservazioni a fresco.

Sia per gli strisci asciutti od umidi, esposti o no ai vapori di acido osmico e quindi fissati per 10 minuti in alcool metilico od etilico, che per le sezioni fissate in sublimato alcoolico di Schaudinn, usai il metodo Giemsa, che mi diede buoni risultati.

Osservando accuratamente gli strisci potei studiare il parassita nei suoi più minuti particolari e seguirne il completo ciclo di sviluppo, mentre gli studî sulle sezioni mi convinsero che le *Crithidiae* vivono liberamente nel lume intestinale.

Dando uno sguardo alla tavola si può subito vedere che il parassita è senza dubbio una *Crithidia*.

Tutte le forme presentano costantemente il blefaroblasto anteriore al nucleo, un solo flagello e la membrana ondulante.

La *Crithidia* è un parassita del *Gerris* e svolge il suo ciclo di sviluppo nel tubo digerente, dove non presenta alcuno stadio di tripanosoma.

La *Crithidia* del *Hygrotrechus najas* ha un grande polimorfismo ed oltre alle forme più comuni a tali flagellati, ne presenta altre (figg. 30-52) che sino ad ora non furono descritte.

Passa per tre stadî, che seguendo le solite denominazioni, usate dagli autori nella descrizione di tali flagellati, chiamerò con:

1°) pre-flagellato;
2°) flagellato;
3°) post-flagellato.

Pre-flagellato.

In questo stadio ho trovato solo poche forme, le quali si presentano sotto vario aspetto. Generalmente sono arrotondate od ovali (figg. 1-5), talvolta invece rettangolari (fig. 8), od a contorni irregolari (figg. 9 e 10).

Tutti i pre-flagellati mostrano un grosso nucleo, spesso a struttura apparentemente omogenea, di rado costituito dall'accumulo di cromidi, situato nel centro, o spostato verso la periferia. La forma del nucleo è arrotondata (fig. 1), od ovale (fig. 2). Il blefaroblasto è sempre anteriore o laterale al nucleo, mai posteriore. Di solito è arrotondato, ma talvolta è ricurvo, ed assume la forma di un piccolo fagiolo (fig. 5); dista più o meno dal nucleo e molto spesso si trova vicino alla periferia. La sua struttura appare sempre omogenea. A brevissima distanza dal blefaroblasto parte il flagello, che, nei primi stadî di sviluppo del parassita, o rimane nell'interno del corpo (fig. 2), o ne segue il margine periferico (fig. 1). Esso va successivamente allungandosi (figg. 3-5) e presto si libera dal corpo (figg. 6 e 7). Alla base è alquanto ingrossato, ma diviene sempre più sottile verso l'estremità. In tutta la massa protoplasmatica sono sparsi granuli di cromatina, dei quali alcuni sono piccoli e si tingono in rosa od in azzurro pallido col Giemsa; altri sono più grossi ed assumono una colorazione rosso-oscura. La loro distribu-

zione è assolutamente irregolare. in certi punti sono più ammassati, in altri meno. Nelle forme di pre-flagellato con la parte anteriore già allungata è rarissimo osservare tali granulazioni al di sopra del nucleo.

Man mano che il parassita cresce. la sua parte distale si allunga e si assottiglia, mentre la posteriore rimane ancora molto larga (figg. 11 e 12): il parassita però mantiene i soliti caratteri, ad eccezione della formazione di una sottile membrana ondulante. che segue l'andamento del flagello.

Le forme di pre-flagellato in divisione che ho vedute sono poche, ma tali da dimostrare che la divisione avviene in due maniere: o per scissione longitudinale, o mediante la formazione di una rosetta data dalla ripetuta divisione di un individuo.

Flagellato.

La struttura del parassita in questo stadio presenta i caratteri generali di tutte le *Crithidiae* nel loro completo sviluppo.

Le forme tipiche di *Crithidiae* del *Hygrotrechus najas* sono lunghe e strette. La lunghezza può variare di molto, e mentre vi sono individui che misurano solamente da 6 μ-9 μ senza il flagello, ve ne sono altri che raggiungono gli 86 μ circa; la larghezza varia solo di pochi μ (1.5 μ-3.5 μ). Tutte le forme, sia le più piccole (figg. 13-16), che le più grandi (figg. 23-24) hanno i medesimi caratteri: grosso nucleo generalmente allungato, situato circa alla metà del corpo, a struttura apparentemente omogenea (fig. 53), o formato dall'accumulo di granuli di cromatina che in alcuni casi, lo riempiono totalmente (fig. 23) ed in altri sono distribuiti alla periferia (fig. 27); blefaroblasto arrotondato (fig. 25), ovale (fig. 23), od a guisa di fagiolo (figg. 31 e 49) vicino od anteriore al nucleo, mai posteriore; a brevissima distanza dal blefaroblasto parte il flagello al quale aderisce una sottile membrana ondulante.

Non ho mai riscontrato nel breve spazio situato tra l'origine del flagello ed il blefaroblasto il così detto « basal granule » (Porter, Swellengrebel) o « end bead » (Hindle). L'estremità anteriore del parassita è sempre acuminata, mentre la posteriore o termina a punta acuta (fig. 17), o più spesso è arrotondata (fig. 24). La massa protoplasmatica è ricca di granulazioni, che abbondano nella estremità basale e sono rare, o mancano del tutto in quella apicale. Alcune sono molto grosse; altre piccolissime; spesso ve ne sono tre vicine disposte in modo da formare un triangolo spiccatamente visibile (figg. 22 e 23).

La forma ora descritta è la più comune. Alcuni parassiti però presentano certe parti alquanto allargate, assumendo così un aspetto strano ed irregolare.

Se noi osserviamo una serie di tali *Crithidiae* (figg. 27-49) potremo vedere che il rigonfiamento varia di posizione da individuo a individuo:

mentre in alcune forme, sia lunghe che corte, esso corrisponde all'estremità basale (figg. 27-39), in altre (figg. 40-47) si trova tra l'estremità basale ed il nucleo, ed in altre ancora (figg. 48 e 49) è in corrispondenza del nucleo stesso.

Questi parassiti sono ricchissimi di cromidi che si accumulano in ispecie nella parte più larga disponendosi generalmente alla periferia. La colorazione che assume la *Crithidia* col Giemsa è sempre la medesima; ho notato però che in corrispondenza dell'allargamento il protoplasma invece di avere la solita tinta rosea, assume una colorazione azzurrognola o viola pallido.

Meritano ancora di essere osservate tre forme (figg. 50-52), che oltre ad essere allargate in corrispondenza dell'estremità basale, sono caratterizzate dalla grande distanza che v'è tra il nucleo ed il blefaroblasto. In tutte e tre il grosso nucleo è in vicinanza dell'estremità terminale che è ricchissima di cromidi; circa a metà del corpo v'è il blefaroblasto, a breve distanza dal quale parte un sottile flagello che segue l'andamento della membrana ondulante. Anche la signorina Porter (1911) riscontra nella *Crithidia pulicis* stadî simili, che essa dice di aver trovato solo dopo un periodo di grande attività.

Altre forme (figg. 54-60), nel loro completo sviluppo, presentano molto larga la parte basale, la quale d'un tratto si restringe e termina in una seconda porzione più o meno lunga e molto stretta. La parte basale varia da 4μ-8μ circa e la terminale da 1μ-2μ solamente, in larghezza. Sono forme ricchissime di granulazioni; il nucleo è dato quasi sempre da un accumulo di cromidi, ed il blefaroblasto talvolta è molto vicino al nucleo (fig. 57), e tal'altra invece ne dista d'un tratto abbastanza considerevole (fig. 59).

Riassumendo dunque possiamo dire che i tipi principali di forme nel secondo stadio sono tre:

a) forme lunghe e strettissime;

b) forme lunghe e sottili, aventi una parte più o meno larga che varia di posizione da individuo a individuo;

c) forme allargate posteriormente con prolungamento terminale molto sottile.

Generalmente questi flagellati vivono isolati, talvolta però quelli appartenenti al primo tipo si raggruppano attorno ad una particella alimentare alla quale aderiscono mediante il flagello (fig. 53).

BIBLIOGRAFIA.

Porter Annie (1909), *The Morphology and Life-history of Crithidia gerridis, as found,* in the British water-bug, Gerris paludum. Parasitology, II, pp. 348-366.

Mackinnon D. L. (1909), *Note on two New flagellate parasites, in Fleas, Herpetomonas ctenophthalmi n. sp. and Crithidia hystrichopsyllae n. sp.* Parasitology, II, pp. 288-296, 1 tavola.

Porter Annie (1910), *The structure and Life-history of Crithidia melophagia.* Quart. Journ. Microsc. Sci., vol. 55, pag. 189.

Rosenbusch F. (1910), *Ueber eine neue Encysterung bei Crithidia muscae domesticae.* Centralbl. f. Bakt., I, Abt. Orig., Bd. 53, H. 4.

Porter Annie (1911), *The structure and Life-history of Crithidia pulicis, n. sp., parasitic, in the alimentary tract of the Human Flea, Pulex irritans.* Parasitology, IV, pag. 237, 1 tavola.

Swellengrebel N. H. (1911), *Note on the morfology of Herpetomonas and Crithidia, with some remarks on « physiological degeneration ».* Parasitology, IV, pag. 108.

Hindle E. e Lewis R. C. (1912), *Note on Crithidia cleti, n. sp. Parasitic, in the alimentary canal of Cletus varius Dall.* Parasitology, V, pp. 109-113, 17 figure.

Chatton E. e Delanoe P. (1912), *Observations sur l'evolution et la propagation de Crithidia melophagi Flü.* C. R. Soc., Biol., Paris, T. 72, pp. 942-944.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA.

I disegni sono fatti con la camera chiara usando l'obiettivo di 1/15 e l'oculare 8. L'ingrandimento è di 1200 volte.

Fig. 1. — Pre-flagellato tondeggiante (6 μ-7 μ), nucleo ovale vicino alla periferia, piccolo blefaroblasto, sottile flagello (2 μ-3 μ) che segue il margine esterno del corpo.

Fig. 2. — Pre-flagellato alquanto allungato (4.74 $\mu \times$ 3.16 μ).

Fig. 3. — Pre-flagellato con flagello più sviluppato che quello della fig. 1.

Fig. 4. — Pre-flagellato con flagello uscito dal corpo, che misura 7.40 μ, grosso nucleo vicino alla periferia distante dal blefaroblasto, granulazioni in tutto il protoplasma, più grosse vicino al nucleo ed al blefaroblasto.

Fig. 5. — Pre-flagellato allungato (9.48 $\mu \times$ 6.32 μ) con flagello aderente al corpo, nucleo ovale, blefaroblasto a forma di fagiolo.

Fig. 6. — Pre-flagellato in istadio abbastanza avanzato, parte basale ancora molto larga, parte apicale accenna ad allungarsi, nucleo tondeggiante, blefaroblasto schiacciato, flagello lungo.

Fig. 7. — Pre-flagellato di forma rettangolare (11.06 $\mu \times$ 6.32 μ).

Fig. 8. — Pre-flagellato a forma di parallelogrammo a contorni regolari, nucleo tondeggiante vicino alla periferia, blefaroblasto piccolissimo, flagello sottile e lungo (15.80 μ).

Fig. 9. — Pre-flagellato (12.64 $\mu \times$ 7.90 μ) con nucleo tondeggiante a grossi granuli cromatici, blefaroblasto vicino alla periferia, lungo flagello libero completamente dal corpo.

Fig. 10. — Pre-flagellato di forma irregolare (7.90 $\mu \times$ 5.53 μ) con nucleo tondeggiante, il blefaroblasto non si vede, il lungo flagello (20.54 μ) è libero dal corpo.

Figg. 11, 12. — Pre-flagellati in istadio molto avanzato, granulazioni abbondanti nella parte basale, blefaroblasto vicino al nucleo.

Figg. 13-16. — Quattro piccoli flagellati, flagello sempre più lungo del corpo che non oltrepassa mai i 9 μ, i flagelli misurano da 9 μ-14 μ circa.

Fig. 17. — Flagellato con parte basale ed apicale appuntita (31.60 μ), poche granulazioni, nucleo grosso ovale, piccolo blefaroblasto.

Fig. 18. — Flagellato con parte basale allargata, nucleo e blefaroblasto tondeggianti, il corpo misura 21 μ circa.

Fig. 19. — Flegellato con parte basale appuntita (33.18 μ).

Fig. 20. — Lungo flagellato (51 μ circa) con nucleo a granuli cromatici.

Fig. 21. — Flagellato (58.46 μ) con parte basale ricchissima di granulazioni, parte apicale lunga e sottile.

Fig. 22. — Lungo flagellato (58.46 μ), in corrispondenza del nucleo misura 3.16 μ in larghezza; nucleo grosso, lungo flagello, abbondanti granulazioni nella parte basale.

Fig. 23. — Flagellato lunghissimo (60.04 μ), in corrispondenza del nucleo misura 3.16 μ in larghezza, grosso nucleo, blefaroblasto allungato, granulazioni nella parte basale.

Fig. 24. — Flagellato allargato posteriormente; lungo 58.46 μ.

Figg. 25, 26. — Due forme strette e lunghe (61 μ circa); pochi cromidi.

Fig. 27. — Lungo flagellato (63.20 μ) con parte basale allargata, nucleo allungato con granuli di cromatina alla periferia.

Fig. 28. — Crithidia lunga 33.18 μ, posteriormente larga 3.16 μ.

Figg. 29, 30. — Flagellati con allargamento basale, il primo è lungo 58.46 μ, la sua porzione allargata misura 2.37 μ; il secondo è lungo 62.52, la porzione allargata misura 3.16 μ.

Fig. 31. — Flagellato lungo 62.52 μ, grosso nucleo posto circa alla metà del corpo; estremità basale allargata, ricca di cromidi.

Fig. 32. — Flagellato con parte basale allargata (lungo 39.40 μ).

Fig. 33. — Flagellato lungo (52.14 μ), estremità basale allargata, ricca di granulazioni; flagello lungo e sottile.

Figg. 34-39. — Sei flagellati di varia dimensione, con estremità posteriore rigonfia.

Figg. 40-47. — Flagellati di aspetto e dimensione differenti, tutti con porzione protoplasmatica allargata, situata a diversa altezza tra l'estremità posteriore ed il nucleo.

Fig. 48. — Flagellato con porzione allargata in corrispondenza del nucleo, nucleo irregolare, blefaroblasto piccolissimo, parte basale lunga e molto sottile.

Fig. 49. — Lungo flagellato (86 μ circa) con porzione allargata in corrispondenza del nucleo, estremità basale appuntita, blefaroblasto a forma di fagiolo, flagello lunghissimo 67 μ circa.

Fig. 50. — Flagellato con parte basale allargata e con nucleo molto distante dal blefaroblasto. Lunghezza totale della Crithidia 67.94 μ, lunghezza del flagello 39.50 μ, distanza tra nucleo e blefaroblasto 20.54 μ.

Fig. 51. — Piccolissimo flagellato con le medesime caratteristiche del precedente. Lunghezza della Crithidia 18.96 μ, lunghezza flagello 9.48 μ.

Fig. 52. — Altro flagellato con le medesime caratteristiche. Lunghezza della Crithidia 34.76 μ, lunghezza del flagello 23.70 μ.

Fig. 53. — Gruppo di flagellati che aderiscono col flagello ad una particella alimentare. Forme lunghe e sottili con poche granulazioni. Variano da 48 μ-68 μ in lunghezza.

Figg. 54-60. — Flagellati con parte basale larga (varia da 4 μ-9 μ) e parte apicale appuntita e sottilissima, nucleo ovale (fig. 56), o triangolare (fig. 57), blefaroblasto più o meno arrotondato, molte granulazioni nella parte basale. I parassiti, in lunghezza, variano da 18 μ-42 μ circa.

E. M.

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
16.
17.
18.
19.
20.
21.
30.
31.
32.
33.
34.
35.
36.
42.
45.
43.
44.
46.
47.
48.
51.